4966

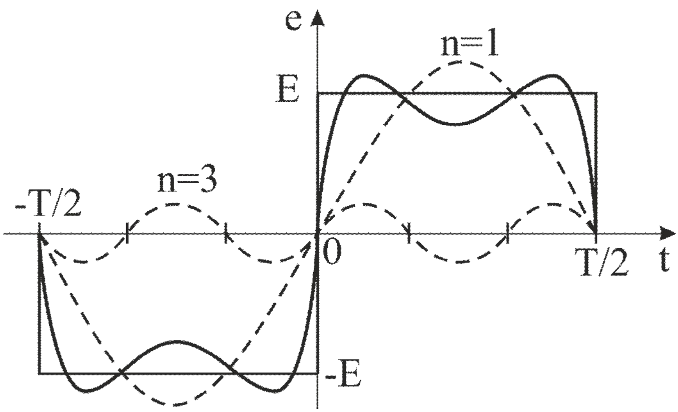
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

РЯЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ РАДИОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Часть 2

Методические указания к лабораторным работам



Рязань 2016

УДК 621.311

Теоретические основы электротехники. Часть 2: методические указания к лабораторным работам/ Рязан. гос. радиотехн. ун-т; сост.: А.П. Борисовский, Г.П. Гололобов, А.А. Дягилев, С.А. Круглов, Е.В. Мамонтов, А.А.Сережин. Рязань, 2016. 60 с.

Содержат сведения по расчету переходных процессов в линейных цепях 1-го и 2-го порядков, изучению спектров периодических сигналов, работы четырехполюсников и фильтров.

Предназначены для студентов направления 11.03.04 «Электроника и наноэлектроника», изучающих дисциплину «Теоретические основы электротехники».

Ил. 72. Табл. 6. Библиогр.: 14 назв.

Законы коммутации, переходные процессы, апериодический и колебательный режимы работы, последовательный и параллельный колебательные контуры, спектральное представление периодических функций, линейные четырехполюсники, электрические фильтры, источник тока, биполярный транзистор

Печатается по решению редакционно-издательского совета Рязанского государственного радиотехнического университета.

Рецензент: кафедра промышленной электроники РГРТУ (зав. кафедрой проф. В.С. Гуров)

Лабораторная работа № 1

ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ ПЕРВОГО ПОРЯДКА

Цель работы: исследование переходных процессов в линейных электрических цепях первого порядка, изучение влияния параметров цепи на скорость переходных процессов.

1. Общие сведения

В установившемся режиме работы электрических цепей напряжения и токи либо не изменяются во времени (цепи постоянного тока), либо являются периодическими функциями времени (цепи переменного тока). Процессы, протекающие в электрических цепях при переходе из одного установившегося режима в другой, называются переходными. Переход от одного режима работы к другому может быть вызван изменением параметров цепи (подключением или отключением элементов электрической цепи) и называется коммутацией. В электротехнике коммутации осуществляются с помощью идеализированных ключей, переключение которых происходит мгновенно, сопротивление в положении «замкнуто» равно нулю, а в положении «разомкнуто» равно бесконечности. Бывают несколько вариантов изменения положения ключа: подключение участка цепи – рис. 1.1, а; отключение – рис. 1.1, б; переключение – рис. 1.1 в. Для удобства полагают, что коммутации в электрических цепях происходят в момент времени $t=0$.

В электрических цепях с активными нагрузками переходные процессы протекают мгновенно из-за отсутствия накопителей энергии. При наличии в электрической цепи реактивных элементов – индуктивностей или емкостей или одновременно и индуктивностей и емкостей – переходные процессы протекают в течение некоторого интервала времени, так как магнитная $W_L=LI^2/2$ и электрическая $W_C=CU^2/2$ энергии индуктивности и емкости не могут изменяться мгновенно. Из непрерывности изменения магнитного поля катушки индуктивности и электрического поля конденсатора вытекают законы коммутации.

Ток через индуктивность в момент времени $t=0_-$ *до коммутации равен току в момент времени* $t=0_+$ *после коммутации:* $i_L(0_-)=i_L(0_+)$.

Напряжения на емкости до коммутации и после коммутации равны: $u_C(0_-)=u_C(0_+)$.

Можно сформулировать оба закона коммутации следующим образом: *ток через индуктивность* $i_L(t)$ *и напряжение на емкости* $u_C(t)$ *не могут изменяться скачком.*

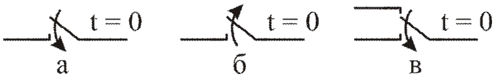


Рис. 1.1. Варианты ключей, используемых для коммутаций в электрических цепях

Теоретически переходные процессы протекают бесконечное время, практически их длительность ограничивают интервалом, в течение которого токи и напряжения в электрической цепи достигают некоторого уровня от установившегося значения.

До начала коммутации при $t < 0$ электрическая цепь находилась в установившемся режиме, который характеризуется начальными условиями – значениями токов и напряжений реактивных элементов. Значение тока через индуктивность $i_L(0_-)$ и напряжение на емкости $u_C(0_-)$ до коммутации образуют независимые начальные условия, которые используются при решении задач расчета переходных процессов. Начальные условия могут быть нулевыми:

$$i_L(0) = 0, \quad u_C(0) = 0 \tag{1.1}$$

или не нулевыми:

$$\text{а) } i_L(0) \neq 0, \quad u_C(0) \neq 0; \tag{1.2}$$

$$\text{б) } i_L(0) \neq 0, \quad u_C(0) = 0; \tag{1.3}$$

$$\text{в) } i_L(0) = 0, \quad u_C(0) \neq 0. \tag{1.4}$$

При нулевых начальных условиях в момент $t = 0$ коммутации индуктивность можно рассматривать как разрыв, а емкость - как короткое замыкание. В случае не нулевых начальных условий индуктивность представляет собой источник тока величиной $J=i_L(0)$, а емкость - источник ЭДС величиной $E=u_C(0)$. Значения $i_L(0)$ и $u_C(0)$ определяются в установившемся режиме до коммутации с использованием законов Ома и Кирхгофа. При этом в случае электрических цепей постоянного тока индуктивность заменяется короткозамкнутым участком, а емкость – разрывом, а для нахождения начальных условий в электрических цепях синусоидального тока применяется символический метод расчета.

Задача анализа переходных процессов заключается в нахождении функций, описывающих изменения токов и напряжений во всех или некоторых ветвях электрической цепи, наступающих после коммутации (при $t > 0$). Существует несколько методов расчета переходных процессов в линейных электрических цепях. Наиболее фундаментальным и наглядным является классический метод, заключающийся в составлении и решении интегродифференцальных уравнений на основе соотношений для мгновенных значений токов и напряжений в R, L, C элементах.

$$u_R(t) = R \cdot i_R(t), \quad u_L(t) = L\frac{di_L}{dt}, \quad u_C(t) = \frac{1}{C}\int i_C(t)dt. \tag{1.5}$$

Порядок дифференциального уравнения n определяется количеством независимых реактивных элементов. Дифференциальные уравнения I-го порядка ($n=1$) описывают переходные процессы в электрических цепях с одним реактивным элементом (RL и RC – цепи). Примеры RL и RC цепей первого порядка показаны на рис. 1.2. При $n=2$ электрическая цепь содержит L и C элементы и переходные процессы описываются дифференциальными уравнениями II-го порядка.

1.1. Переходные процессы в RL цепях

Рассмотрим подключение источника постоянной ЭДС к RL цепи (рис. 1.2, а). В качестве независимой переменной принимаем ток через индук-

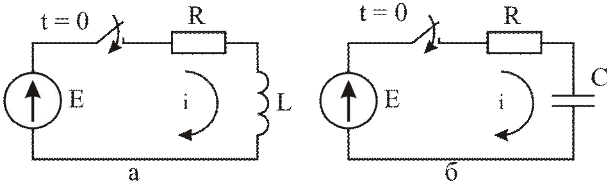


Рис. 1.2. Схемы RL (а) и RC (б) цепей 1-го порядка

тивность $i_L(t)$. Так как в схеме протекает один ток, то $i_L(t)=i(t)$. Начальные условия находятся из эквивалентной схемы электрической цепи для установившегося режима до коммутации, когда индуктивность представляет собой короткое замыкание, а емкость - разрыв цепи. Для RL цепи схема для определения начальных условий приведена на рис. 1.3. Используя правила последовательного и параллельного соединения сопротивлений и законы Ома и Кирхгофа, находим $i_L(0)=0$. Составим дифференциальное уравнение

$$u_R(t)+u_L(t)=E, \tag{1.6}$$

$$R\cdot i_L(t)+L\frac{di_L}{dt}=E. \tag{1.7}$$

Решение дифференциального уравнения находится в виде суммы свободной и принужденной составляющих

$$i_L(t)=i_{св}(t)+i_{пр}. \tag{1.8}$$

Свободная составляющая $i_{св}(t)$ является общим решением однородного дифференциального уравнения

$$L\frac{di_{св}}{dt}+Ri_{св}(t)=0. \tag{1.9}$$

Для дифференциальных уравнений 1-го порядка это решение имеет вид:

$$i_{св}(t)=A\cdot e^{pt}, \tag{1.10}$$

где A – постоянная интегрирования в решении дифференциального уравнения, p – корень характеристического уравнения

$$pL+R=0. \tag{1.11}$$

Данное выражение называется характеристическим уравнением и получается путем замены каждого дифференциала функции $i_{св}(t)$ на оператор p. При этом степень дифференцирования равна степени оператора p, следовательно $i_{св}$ соответствует $p^0=1$.

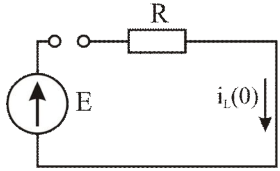


Рис. 1.3. Схема для расчета нулевых условий в RL цепи с источником ЭДС

Также данное уравнение можно получить следующим способом: составляется схема после коммутации, в которой все источники ЭДС заменяются коротким замыканием, а все разомкнутые ветви отбрасываются. Далее одна из ветвей полученной электрической цепи разрывается (рекомендуется делать разрыв на месте источника ЭДС), и относительно точек разрыва вычисляется комплексное входное сопротивление. При этом учитывается, что комплексное сопротивление индуктивности $\dot{Z}_L = j\omega L$, а комплексное сопротивление емкости $\dot{Z}_C = 1/j\omega C$. Полученное выражение для входного сопротивления цепи приравнивается к нулю, а произведение $j\omega$ заменяется на оператор p. Для RL цепи схема для расчета входного сопротивления приведена на рис. 1.4. Из нее:

$$\dot{Z}_{вх}(j\omega) = R + j\omega L,\ j\omega \to p,$$

$$Z_{вх}(p) = R + pL,$$

$$Z_{вх} = 0, \text{ соответственно } R + pL = 0.$$

Последнее уравнение, аналогичное (1.11), определяет корень характеристического уравнения:

$$p = -\frac{R}{L}\ [1/с]. \qquad (1.12)$$

Вводят новый параметр τ – постоянную времени цепи (в данном случае – постоянную времени RL цепи):

$$\tau = \left|\frac{1}{p}\right| = \frac{L}{R}\ [с]. \qquad (1.13)$$

При подключении к цепи источника постоянного напряжения E принужденная составляющая решения уравнения (1.8) находится в установившемся режиме из схемы после коммутации, представленной на рис. 1.5, в которой индуктивность заменяется коротким замыканием, а емкость – разрывом цепи. Из нее:

$$i_{пр} = \frac{E}{R}. \qquad (1.14)$$

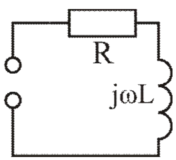


Рис. 1.4. Схема для расчета нулевых условий в RL цепи с источником ЭДС

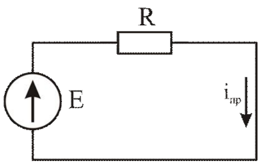


Рис. 1.5. Схема для определения принужденной составляющей в электрической цепи с источником ЭДС

Запишем решение уравнения (1.8) в виде суммы свободной и принужденной составляющих:

$$i_L(t) = A \cdot e^{-t/\tau} + E/R. \qquad (1.15)$$

Для нахождения постоянной интегрирования A используем начальное условие $i_L(0)=0$. Из уравнения (1.15) при $t=0$ имеем:

$$0 = A + E/R, \qquad (1.16)$$

откуда

$$A = -\frac{E}{R}. \qquad (1.17)$$

Тогда для тока в цепи во время переходных процессов окончательно запишем:

$$i_L(t) = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right). \qquad (1.18)$$

Для нахождения напряжения на индуктивности используем закон Фарадея:

$$u_L(t) = L\frac{di_L}{dt} = E \cdot e^{-t/\tau}. \qquad (1.19)$$

Напряжение на сопротивлении находится по закону Ома:

$$u_R(t) = R \cdot i_L(t) = E(1 - e^{-t/\tau}). \qquad (1.20)$$

Из выражений (1.18), (1.19), (1.20) следует, что переходные процессы в RL цепи протекают по экспоненциальному закону с постоянной времени $\tau = L/R$. Скорость переходных процессов определяется величиной постоянной времени τ. При увеличении τ скорость изменения токов и напряжений снижается. За время $t=3\tau$ экспоненциальный переходный процесс достигает уровня 0,95 от установившегося значения, а за $t=5\tau$ - уровня 0,99. На практике за длительность переходных процессов, протекающих по экспоненциальному закону, принимают величину $(3–5)\tau$. Временные диаграммы напряжений и токов в цепи приведены на рис. 1.6.

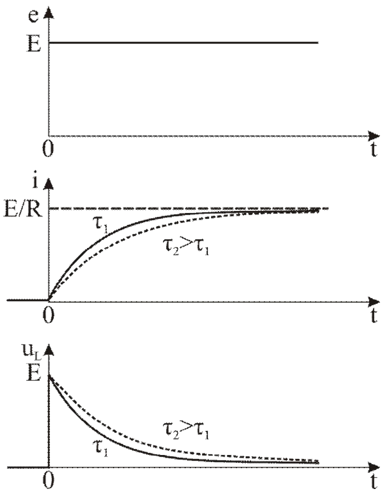


Рис. 1.6. Временные диаграммы переходного процесса в RL цепи при подключении источника постоянного ЭДС

До момента коммутации t=0 индуктивность разряжена, так как ток $i_L(0)=0$. При подключении источника ЭДС начинается процесс заряда индуктивности, ток $i_L(0)$ возрастает по экспоненциальному закону, стремясь при t=∞ к установившемуся значению $i_{пр}=i_L(\infty)=E/R$. В момент коммутации напряжение на индуктивности скачком изменяется до величины E и по мере заряда индуктивности спадает по экспоненциальному закону. Напряжение на сопротивлении по форме совпадает с током $i_L(t)$, так как $u_R(t)=R\ i_L(t)$. Когда переходные процессы завершаются, ток в цепи достигает наибольшего значения $i_L(\infty)=E/R$.

В схеме, представленной на рис. 1.7, переходный процесс протекает при ненулевых начальных условиях:

$$i(0_-) = \frac{E}{R_1 + R_2}. \qquad (1.21)$$

Общее решение для тока $i_L(t)$ имеет вид (1.8), где свободная составляющая $i_{св}(t)$ описывается соотношением (1.10), а принужденная составляющая $i_{пр}=0$.

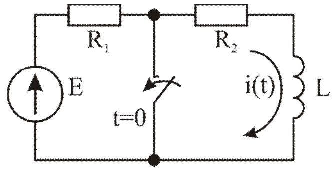


Рис. 1.7. Схема RL цепи с ненулевыми начальными условиями

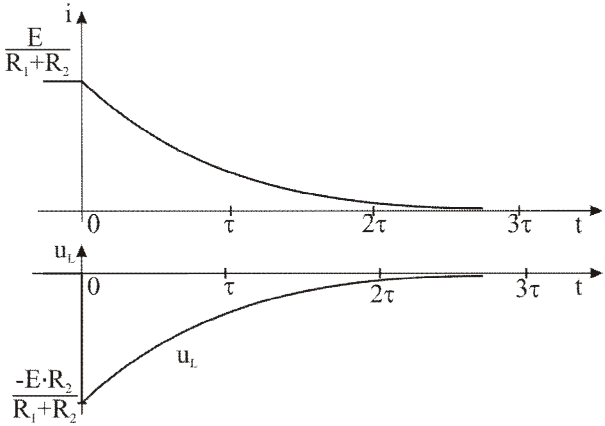


Рис. 1.8. Временные диаграммы переходного процесса в RL цепи при ненулевых начальных условиях

$$i_L(t) = i_{пр} + i_{св}(t) = Ae^{-t/\tau}. \tag{1.22}$$

Постоянную интегрирования A найдем:

$$A = E/(R_1 + R_2). \tag{1.23}$$

Тогда выражения для тока и напряжения на индуктивности во время переходных процессов примут вид:

$$i_L(t) = \frac{E}{R_1 + R_2} e^{-t/\tau}, \qquad u_L(t) = \frac{-E \cdot R_2}{R_1 + R_2} e^{-t/\tau}. \tag{1.24}$$

Временные диаграммы $i_L(t)$ и $u_L(t)$ показаны на рис. 1.8.

1.2. Переходные процессы в RC цепях

Схема подключения источника постоянного ЭДС к RC цепи показана на рис. 1.2, б. В качестве независимой переменной берем напряжение на емкости $u_C(t)$. Источник ЭДС в исходном состоянии при $t < 0$ отключен от цепи, начальные условия нулевые $u_C(0)=0$. Составим дифференциальное уравнение для нахождения $u_C(t)$:

$$u_R(t) + u_C(t) = E. \tag{1.25}$$

$$RC\frac{du_C}{dt} + u_C(t) = E. \tag{1.26}$$

Решение дифференциального уравнения находится в виде суммы свободной и принужденной составляющих:

$$u_C(t) = u_{св}(t) + u_{пр}. \tag{1.27}$$

Из решения однородного уравнения находим:

$$u_{св}(t) = A \cdot e^{pt}, \tag{1.28}$$

где p – корень характеристического уравнения

$$RCp + 1 = 0, \qquad (1.29)$$

откуда

$$p = -1/RC \ [1/\text{с}]. \qquad (1.30)$$

Постоянная времени RC цепи τ определяется следующим образом:

$$\tau = |1/p| = RC \ [\text{с}]. \qquad (1.31)$$

При подключении источника постоянного ЭДС E принужденная составляющая $u_{пр}=E$, так как после завершения переходных процессов конденсатор заряжается до напряжения источника ЭДС.

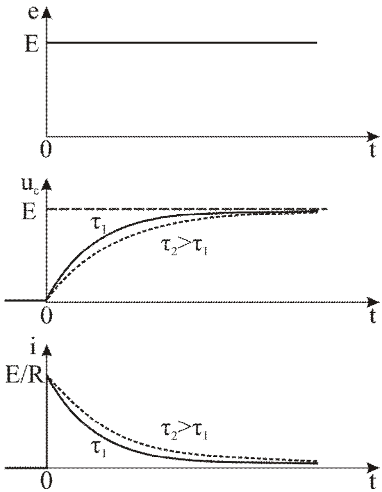


Рис. 1.9. Переходные процессы в RC цепи при подключении источника постоянного ЭДС

Запишем решение уравнения (1.26) в виде суммы свободной и принужденной составляющих:

$$u_C(t) = A \cdot e^{-t/\tau} + E. \qquad (1.32)$$

Используя начальное условие $u_C(0)=0$, определяем значение постоянной интегрирования A=-E и окончательно записываем решение дифференциального уравнения:

$$u_C(t) = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right). \qquad (1.33)$$

Найдем ток в цепи во время переходного процесса:

$$i(t) = i_C(t) = C\frac{du_C}{dt} = \frac{E}{R}e^{-t/\tau}. \qquad (1.34)$$

Временные диаграммы переходного процесса в RC цепи при подключении постоянного ЭДС показаны рис. 1.9. Во время переходного процесса происходит заряд емкости C от источника ЭДС через сопротивление R. В емкости запасается энергия $W=CU^2/2$. Такая же энергия расходуется при протекании зарядного тока через сопротивление. Скорость заряда зависит от постоянной времени τ. С увеличением τ инерционность цепи увеличивается и заряд конденсатора происходит медленнее

$$U(t) = \begin{cases} E, & при \ 0 \le t < t_u \\ 0, & при \ t_u \le t < T. \end{cases} \qquad (1.35)$$

Подача последовательности импульсов, описываемых выражением (1.35) и представленных на рис 1.10, на вход электрической цепи имитирует подключение постоянного источника ЭДС амплитудой E с частотой f (частота повторения импульсов генератора). Если длительность импульса много больше постоянной времени цепи, то за время действия импульса переходный процесс успевает завершиться. Временные диаграммы, наблюдаемые на элементах электрической цепи, описывают переходный процесс при подключении и отключении источника ЭДС.

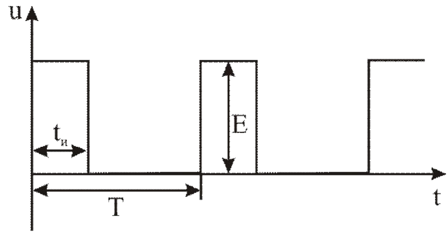


Рис. 1.10. Последовательность прямоугольных импульсов

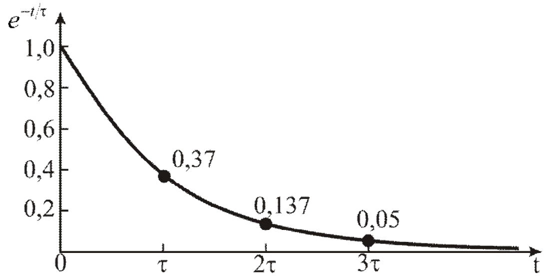


Рис. 1.11. Нормированная экспоненциальная функция

На рис. 1.11 приведена нормированная экспоненциальная функция вида $e^{-t/\tau}$. Из нее видно, что за интервал времени 3τ функция принимает значение 0,05 от максимального, поэтому в электротехнике принято считать, что переходный процесс завершается за время, равное $(3–5)\tau$.

Для определения постоянной времени переходного процесса цепи 1-го порядка функции вида $u(t)=U_m\ e^{-t/\tau}$ на экспериментальных временных диаграммах необходимо отложить уровень $0{,}37U_m$ по оси напряжения и в месте пересечения данного уровня с графиком напряжения опустить перпендикуляр к оси времени. Полученный временной интервал будет соответствовать постоянной времени переходного процесса. Для функции вида $u(t)=U_m(1 – e^{-t/\tau})$ необходимо откладывать уровень $(1\text{-}0{,}37)U_m=0{,}63U_m$.

2. Методика выполнения работы

Перед выполнением работы составить отчет, который должен содержать краткие элементы теории, *исследуемые схемы и* ***таблицу.*** Для всех исследуемых вариантов схем рассчитать постоянные времени, учитывая, что внутреннее сопротивление источника ЭДС составляет 100 Ом. Расчет привести в отчете, полученные данные занести в таблицу.

Схемы и таблица должны быть выполнены карандашом и в соответствии с требованиями ЕСКД.

Студент, не подготовивший отчет, к выполнению лабораторной работы ***не допускается.***

Для получения временных диаграмм напряжения используется первый канал осциллографа, который подсоединяется к элементу, подключенному к заземляющему контакту (точка 1 для каждой схемы). На осциллографе необходимо выставить масштаб по оси времени 1 мс/дел, а по оси напряжения - 2 В/дел. С помощью регуляторов смещения осциллографа временные диаграммы располагать таким образом, чтобы на экране наблюдался весь переходный процесс. На рисунке начало координат должно соответствовать началу переходного процесса. На осях временных диаграмм, зарисованных в отчете, необходимо обозначить измеряемые величины, их размерность и масштаб.

При проведении исследований влияния параметров цепи на скорость переходных процессов временные диаграммы (два переходных процесса) необходимо изображать ***в отчете на одном рисунке***.

3. Программа работы

1. Выставить на генераторе импульсное напряжение прямоугольной формы с частотой $f=50$ Гц, амплитудой $U_m=5$ В, напряжением смещения 2,5 В и скважностью 2 (асимметрия 50 %).

2. ***Исследование переходных процессов в RC цепи.***

2.1. Собрать схему *RC* цепи согласно рис. 1.12, в качестве сопротивления R использовать резистор R_2 номиналом 1,5 кОм (см. приложение), а в качестве емкости C – конденсатор C_1 номиналом 1 мкФ. Зарисовать временную диаграмму напряжения на сопротивлении R_2.

2.2. В собранной схеме заменить резистор R_2 на резистор R_1 номиналом 750 Ом. Зарисовать временную диаграмму напряжения на резисторе R_1.

2.3. Собрать схему RC цепи согласно рис. 1.13, в качестве сопротивления R использовать резистор R_2 номиналом 1,5 кОм, а в качестве емкости C – конденсатор C_1 номиналом 1 мкФ. Зарисовать временную диаграмму напряжения на конденсаторе C_1.

2.4. В собранной схеме заменить резистор R_2 на резистор R_1 номиналом 750 Ом. Зарисовать временную диаграмму напряжения на конденсаторе C_1.

3. ***Исследование переходных процессов в RL цепи.***

3.1. Собрать схему RL цепи согласно рис. 1.14, в качестве сопротивления R использовать резистор R_2 номиналом 1,5 кОм, а в качестве индуктивности L – индуктивность L_1 номиналом 1 Гн. Зарисовать временную диаграмму напряжения на индуктивности L_1.

3.2. В собранной схеме заменить резистор R_2 на резистор R_1 номиналом 750 Ом. Зарисовать временную диаграмму напряжения на индуктивности L_1.

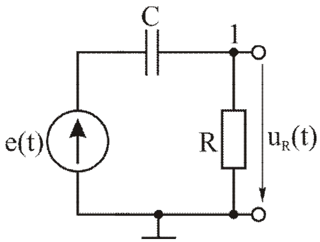


Рис. 1.12

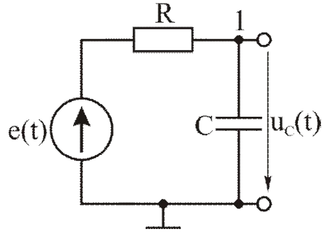


Рис. 1.13

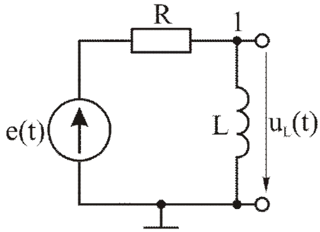


Рис. 1.14

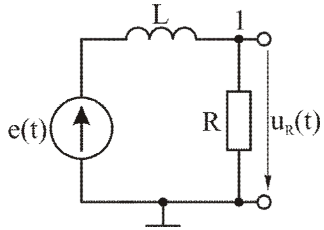


Рис. 1.15

3.3. Собрать схему RL цепи согласно рис. 1.15, в качестве сопротивления R использовать резистор R_2 номиналом 1,5 кОм, а в качестве индуктивности L – индуктивность L_1 номиналом 1 Гн. Зарисовать временную диаграмму напряжения на резисторе R_2.

3.4. В собранной схеме заменить резистор R_2 на резистор R_1 номиналом 750 Ом. Зарисовать временную диаграмму напряжения на резисторе R_1.

4. На всех зарисованных временных диаграммах напряжения определить постоянные времени переходных процессов. Процесс определения постоянных времени переходных процессов отобразить на графиках. Данные занести в таблицу.

5. Объяснить полученные результаты.

Исследуемая схема	$\tau_{рассч.}$		$\tau_{изм.}$	
	R_1	R_2	R_1	R_2
RC цепь, рисунок 1.12				
RC цепь, рисунок 1.13				
RL цепь, рисунок 1.14				
RL цепь, рисунок 1.15				

4. Контрольные вопросы

1. Что такое переходные процессы в электрических цепях?
2. В каких случаях возникают переходные процессы в электрических цепях?

3. Каким соотношением связаны мгновенные значения токов и напряжений для R, L, C элементов?
4. Сформулируйте закон коммутации для L и C элементов.
5. Как выглядит общее решение дифференциального уравнения первого порядка?
6. Чем определяются вынужденная и свободная составляющие общего решения для RL и RC цепей первого порядка?
7. Приведите примеры RL и RC цепей с нулевыми и не нулевыми начальными условиями.
8. Что такое постоянная времени цепи и как она влияет на скорость переходных процессов?
9. По какому закону протекают переходные процессы в электрических цепях первого порядка?

Лабораторная работа № 2

ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЯХ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Цель работы: исследование переходных процессов в линейных электрических цепях второго порядка, изучение влияния величины добротности на характер переходного процесса.

1. Общие сведения

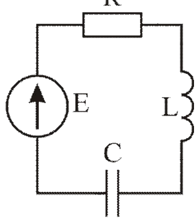


Рис. 2.1. Последовательный колебательный контур

Линейные цепи второго порядка содержат два реактивных элемента. Наибольший интерес представляют схемы, содержащие разнородные реактивные элементы L и C. При последовательном соединении элементов L и C (рис. 2.1) электрическую цепь называют последовательным колебательным контуром, а при параллельном соединении (рис. 2.2, а, б) – параллельным колебательным контуром. Характер переходного процесса в электрической цепи второго порядка зависит от добротности контура, определяемой формулой:

$$Q = \rho / r_{пот}, \qquad (2.1)$$

где $\rho = \sqrt{L/C}$ – характеристическое сопротивление контура, $r_{пот}$ – сопротивление потерь.

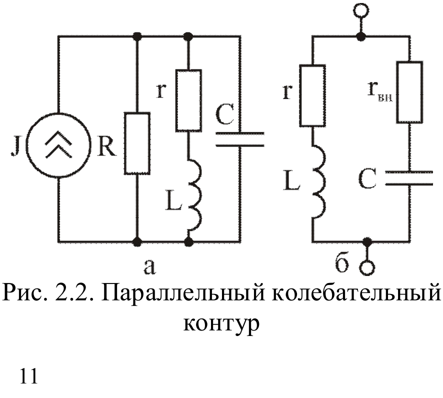


Рис. 2.2. Параллельный колебательный контур

Для последовательного контура $r_{пот}=R$, тогда из формулы (2.1) $Q=\rho/R$. Для параллельного контура $r_{пот}=r+r_{вн}$, где $r_{вн}$ – сопротивление, вносимое в контур внешними цепями. Для схемы рис. 2.2, а оно вычисляется по формуле $r_{вн}=\rho/R$. При этом рассчитывается эквивалентная добротность контура с учетом вносимого сопротивления:

$$Q_{экв} = \frac{\rho}{r + \rho^2 / R}. \tag{2.2}$$

В случае если активное сопротивление контура r равно нулю, эквивалентная добротность параллельного колебательного контура будет определяться формулой:

$$Q_{экв}=R/\rho. \tag{2.3}$$

1.1. Переходные процессы в последовательном колебательном контуре

Рассмотрим подключение источника постоянной ЭДС к последовательной RLC цепи (рис. 2.3). В качестве независимой переменной в последовательном контуре выбираем напряжение на емкости $u_C(t)$, а в параллельном контуре – ток через индуктивность $i_L(t)$, так как в этом случае упрощается определение постоянной интегрирования. В линейных цепях второго порядка начальными условиями являются напряжение на емкости и ток через индуктивность до коммутации. Моменту коммутации ключа соответствует $t=0$. Величины $u_C(0)$ и $i_L(0)$ находятся из эквивалентной схемы электрической цепи для установившегося режима до коммутации, когда индуктивность представляет собой короткое замыкание, а емкость - разрыв цепи. Используя правила последовательного и параллельного соединения сопротивлений и законы Ома и Кирхгофа, находим начальные условия $i_L(0)=0,\ u_C(0)=E$. Составим дифференциальное уравнение

$$u_R(t) + u_L(t) + u_C(t) = E, \tag{2.4}$$

$$R \cdot i(t) + L\frac{di}{dt} + u_C(t) = E. \tag{2.5}$$

Учитывая, что $i(t) = C\frac{du_C}{dt}$, запишем:

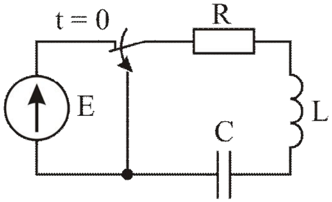


Рис. 2.3. Схема подключения постоянного источника ЭДС к последовательной RLC цепи

$$LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + RC\frac{du_C}{dt} + u_C(t) = E. \tag{2.6}$$

Выражение (2.6) является дифференциальным уравнением второго порядка. Его решение состоит из суммы свободной и принужденной составляющих:

$$u_C(t) = u_{св}(t) + u_{пр}. \tag{2.7}$$

Свободная составляющая $u_{св}(t)$ является решением однородного дифференциального уравнения:

$$LC\frac{d^2u_C}{dt^2}+RC\frac{du_C}{dt}+u_C(t)=0. \qquad (2.8)$$

Для определения $u_{св}(t)$ составляется характеристическое уравнение, соответствующее дифференциальному уравнению (2.8):

$$LCp^2+RCp+1=0; \qquad (2.9)$$

$$p^2+\frac{R}{L}p+\frac{1}{LC}=0.$$

Данное выражение получается путем замены каждого дифференциала функции $u_c(t)$ на оператор p. При этом степень дифференцирования равна степени оператора p, следовательно, $u_C(t)$ соответствует $p^0=1$.

Также данное уравнение можно получить следующим способом: составляется схема после коммутации, в которой все источники ЭДС заменяются коротким замыканием, а все разомкнутые ветви отбрасываются. Далее одна из ветвей полученной электрической цепи разрывается (рекомендуется делать разрыв на месте источника ЭДС) и относительно точек разрыва вычисляется комплексное входное сопротивление. При этом учитывается, что комплексное сопротивление индуктивности $\dot{Z}_L=j\omega L$, а комплексное сопротивление емкости $\dot{Z}_C=1/j\omega C$. Полученное выражение для входного сопротивления цепи приравнивается к нулю, а произведение $j\omega$ заменяется на оператор p. Находятся корни характеристического уравнения (2.9)

$$p_{1,2}=-\frac{R}{2L}\pm\sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2-\frac{1}{LC}}. \qquad (2.10)$$

Вводятся обозначения $\alpha=R/2L$ – коэффициент затухания, $\omega_0=1/\sqrt{LC}$ – резонансная частота контура, $\omega_c=\sqrt{\omega_0^2-\alpha^2}$ – частота собственных колебаний контура.

Тогда корни характеристического уравнения выглядят следующим образом:

$$p_{1,2}=\alpha\pm j\omega_c. \qquad (2.11)$$

Действительная часть корней характеристического уравнения α определяет постоянную времени затухания колебаний контура

$$\tau=1/\alpha, \qquad (2.12)$$

а мнимая часть корней характеристического уравнения - период этих колебаний $T=2\pi/\omega_c$.

Важным параметром, определяющим характер переходного процесса в колебательных контурах, является добротность

$$Q=\frac{\rho}{R}=\frac{\omega_0}{2\alpha}, \qquad (2.13)$$

где $\rho = \sqrt{L/C}$ – характеристическое сопротивление контура. Используя выражение (2.10), корни характеристического уравнения можно представить в виде:

$$p_{1,2} = \alpha\left(-1 \pm \sqrt{1-2Q}\right). \quad (2.14)$$

В зависимости от величины добротности могут быть три варианта корней характеристического уравнения и соответственно три вида свободной составляющей переходного процесса.

1. $Q<0,5$, корни действительные и различные, переходный процесс носит апериодический характер $u_{св}(t) = A_1 e^{p_1 t} + A_2^{p_2 t}$.

2. $Q=0,5$, корни действительные, равные, переходный процесс носит промежуточный характер $u_{св}(t) = (A_1 + A_2 t)e^{pt}$.

3. $Q>0,5$, корни комплексно-сопряженные, переходный процесс носит колебательный затухающий характер $u_{св}(t) = Ae^{-\alpha t}\sin(\omega_c t + \Theta)$,

где A_1, A_2, A, Θ – постоянные интегрирования, находятся из начальных условий.

Принужденная составляющая решения уравнения (2.7) находится в установившемся режиме из схемы после коммутации, в которой индуктивность заменяется коротким замыканием, а емкость – разрывом цепи.

Так как для схемы, представленной на рис 2.3, после коммутации при $t>0$ источник ЭДС отключается от контура, принужденная составляющая $u_{пр}=0$, решение дифференциального уравнения (2.7) состоит только из свободной составляющей:

$$u_C(t) = u_{св}(t). \quad (2.15)$$

Рассмотрим случай, когда $Q<0,5$, тогда корни характеристического уравнения (1.9) вещественные и различные $p_1<0, p_2<0$:

$$p_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}, \quad \alpha > \omega_0. \quad (2.16)$$

Свободная составляющая для этого случая состоит из двух компонент:

$$u_{св}(t) = A_1 e^{p_1 t} + A_2^{p_2 t}. \quad (2.17)$$

Постоянные интегрирования A_1 и A_2 находим из начальных условий. Для использования начального условия тока через индуктивность $i_L(0)=0$ необходимо определить выражение для тока в электрической цепи:

$$i_L(t) = i_C(t) = C\frac{du_C}{dt} = C\left(p_1 A_1 e^{p_1 t} + p_2 A_2^{p_2 t}\right). \quad (2.18)$$

Подставляя при $t=0$ начальные условия для $u_C(0)=E$ и $i_L(0)=0,$ получаем:

$$\begin{cases} E = A_1 + A_2, \\ 0 = p_1 A_1 + p_2 A_2. \end{cases} \quad (2.19)$$

Решая полученную систему уравнений, определяем значения постоянных интегрирования:

$$A_1 = -\frac{p_2 E}{p_1 - p_2}, \quad A_2 = \frac{p_1 E}{p_1 - p_2}. \quad (2.20)$$

Тогда напряжение на емкости во время переходного процесса будет описываться выражением

$$U_C(t) = \frac{E}{p_1 - p_2}\left(p_1 e^{p_2 t} - p_2 e^{p_1 t}\right), \tag{2.21}$$

а ток в контуре

$$i(t) = CE\left(\frac{p_1 \cdot p_2}{p_1 - p_2} e^{p_2 t} - \frac{p_1 \cdot p_2}{p_1 - p_2} e^{p_1 t}\right). \tag{2.22}$$

Учитывая, что

$$p_1 \cdot p_2 = \alpha^2 - (\sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}\,)^2 = \omega_0^2 = 1/LC, \tag{2.23}$$

получаем

$$i(t) = \frac{E}{L(p_1 - p_2)}\left(e^{p_2 t} - e^{p_1 t}\right). \tag{2.24}$$

Используя выражение для тока *i(t),* можно рассчитать $u_L(t)$:

$$u_L(t) = L\frac{di}{dt} = \frac{E}{p_1 - p_2}\left(p_2 e^{p_2 t} - p_1 e^{p_1 t}\right). \tag{2.25}$$

Временные диаграммы напряжений и тока в контуре во время переходных процессов для апериодического режима приведены на рис. 2.4.

На интервале $0\text{-}t_1$ происходит разряд конденсатора и заряд индуктивности, далее при $t>t_1$ конденсатор и индуктивность разряжаются. В течение всего интервала $t>0$ через резистор R протекает ток, и запасенная в реактивных элементах энергия постепенно расходуется до нуля. Так как напряжение на конденсаторе при его разряде изменяется монотонно (без колебаний), переходный процесс называют апериодическим.

Рассмотрим случай, когда $Q>0,5$, тогда корни характеристического урав-

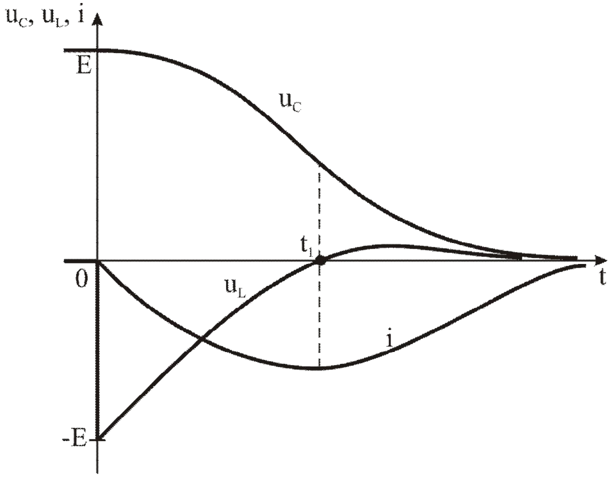


Рис. 2.4. Переходные процессы в RLC контуре для апериодического режима

нения (1.9) комплексно-сопряженные:

$$p_{1,2} = -\alpha \pm j\omega_c. \qquad (2.26)$$

Тогда решение однородного дифференциального уравнения для этого случая записывается в виде:

$$u_{св}(t) = Ae^{-\alpha t} \cdot sin(\omega_c t + \Theta), \qquad (2.27)$$

где A и Θ – постоянные интегрирования, для нахождения которых используются начальные условия $u_C(0)=E$ и $i_L(0)=0$.

Для использования начального условия тока через индуктивность $i_L(0)=0$ необходимо определить выражение для тока в электрической цепи:

$$i_L(t) = i_C(t) = C\frac{du_C}{dt} = -\alpha \cdot C \cdot A \cdot e^{-\alpha t} sin(\omega_c t + \Theta) + \omega_c CAe^{-\alpha t} cos(\omega_c t + \Theta). \qquad (2.28)$$

Подставляя при t=0 начальные условия для $u_C(0)=E$ и $i_L(0)=0,$ получаем:

$$\begin{cases} E = A \cdot sin\Theta, \\ 0 = -\alpha \cdot A sin\Theta + \omega_c A cos\Theta. \end{cases} \qquad (2.29)$$

Решая полученную систему уравнений, определяем значения постоянных интегрирования:

$$A = \frac{\omega_0}{\omega_c}E, \quad \Theta = arctg\frac{\omega_c}{\alpha}. \qquad (2.30)$$

При больших добротностях Q>>0,5 постоянная интегрирования Θ≈90° и приближенно выражения для напряжений и токов во время переходного процесса можно записать в виде:

$$u_C(t) \cong E\frac{\omega_0}{\omega_c}e^{-\alpha t} cos\,\omega_c t,\, u_L(t) \cong -E\frac{\omega_0}{\omega_c}e^{-\alpha t} cos\,\omega_c t,\, i_L(t) \cong -\frac{E}{\omega_c L}e^{-\alpha t} sin\,\omega_c t. \qquad (2.31)$$

Временные диаграммы напряжений на реактивных элементах C и L и тока в контуре показаны на рис. 2.5.

В контуре во время переходных процессов имеет место колебательный процесс обмена энергией между емкостью и индуктивностью с частотой $\omega_c = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$. Интервал $T=2\pi/\omega_c$ называют квазипериодом колебаний. Перезарядный ток $i(t)$ протекает через сопротивление R, и часть энергии, сосредоточенной в реактивных элементах, расходуется, поэтому переходный процесс имеет затухающий характер. Затухание происходит по экспоненциальному закону с коэффициентом затухания $\alpha=R/2L$. Чем больше сопротивление R, тем больше коэффициент затухания и тем быстрее завершается переходный процесс.

Для оценки скорости затухания используют декремент затухания, который связан с коэффициентом затухания:

$$\Delta = \frac{U_c(t)}{U_c(t+T)} = e^{\alpha T_c}.$$

$$ln\,\Delta = \alpha T_c \to \alpha = \frac{ln\,\Delta}{T_c}.$$

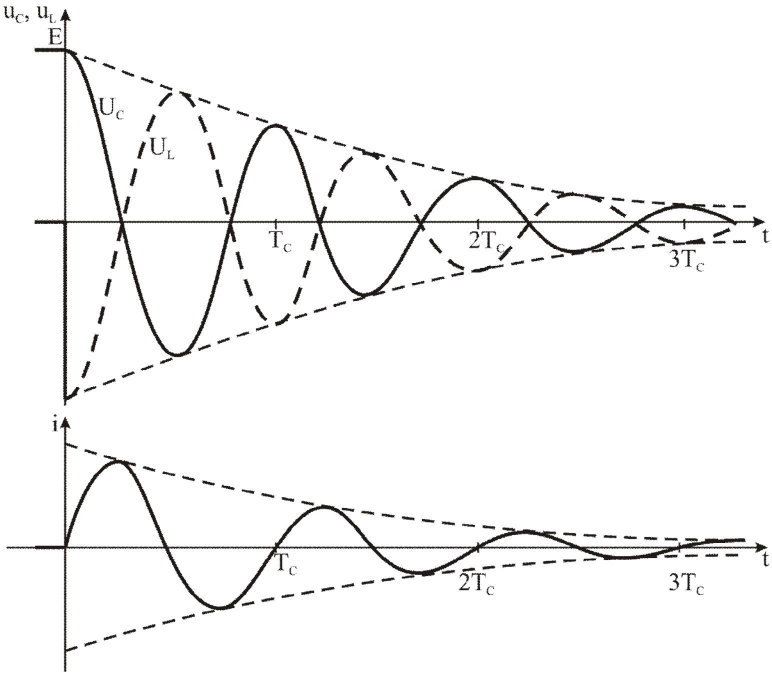


Рис. 2.5. Переходные процессы в RLC контуре для колебательного режима

При $Q<0,5$ переходный процесс из колебательного превращается в апериодический. Случай, когда $Q<0,5,$ является пограничным между колебательным и апериодическим. Теоретически можно представить себе контур без потерь с $R=0$, в котором существуют незатухающие колебания с частотой $\omega_c = \omega_0$. В контуре без потерь имеет место переменный обмен энергией между C и L, при котором энергия электрического поля конденсатора преобразуется в энергию магнитного поля индуктивности и затем - наоборот. В реальных электрических цепях $R>0$, поэтому переходной процесс имеет затухающий характер.

1.2. Переходные процессы в параллельном колебательном контуре

Рассмотрим переходные процессы при подключении источника постоянного ЭДС к параллельному колебательному контуру (рис. 2.6).

В параллельном контуре в качестве независимой переменной выбирается ток через индуктивность $i_L(t)$, так как в этом случае упрощается определение постоянной интегрирования.

В исходном состоянии при t<0 источник ЭДС отключен от контура, $i_L(0)=0$ и $u_C(0)=0$, начальные условия нулевые.

Решение дифференциального уравнения выглядит следующим образом:

$$i_L(t) = i_{св}(t) + i_{пр}. \tag{2.32}$$

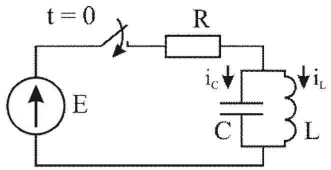


Рис. 2.6. Схема подключения постоянного источника ЭДС к параллельному RLC контуру

Для составления характеристического уравнения найдем входное сопротивление цепи после коммутации:

$$\dot{Z}_{вх} = R + \frac{j\omega L \cdot \dfrac{1}{j\omega C}}{j\omega L + 1/\,j\omega C}. \tag{2.33}$$

После введения параметра $p=j\omega$ и преобразований получим характеристическое уравнение вида

$$p^2 + \frac{1}{RC}p + \frac{1}{LC} = 0. \tag{2.34}$$

Корни характеристического уравнения имеют вид:

$$p_{1,2} = -\frac{1}{2RC} \pm \sqrt{\frac{1}{4R^2C^2} - \frac{1}{LC}}. \tag{2.35}$$

Добротность параллельного контура определяется выражением:

$$Q = R/\rho,$$

где $\rho = \sqrt{L/C}$ – характеристическое сопротивление контура. При $Q > 0{,}5$ корни уравнения (2.34) комплексно-сопряженные

$$p_{1,2} = -\alpha \pm j\sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}, \tag{2.36}$$

где $\alpha = 1/2RC$ – коэффициент затухания.

Тогда решение однородного дифференциального уравнения записывается в виде:

$$i_{св}(t) = Ae^{-\alpha t} \cdot sin(\omega_c t + \Theta). \tag{2.37}$$

Следует заметить, что в параллельном контуре, по схеме рис. 2.6, в отличие от последовательного контура (рис. 2.3) при увеличении сопротивления R затухание уменьшается, а добротность контура увеличивается.

Принужденная составляющая находится в установившемся режиме из схемы после коммутации, в которой индуктивность заменяется коротким замыканием, а емкость – разрывом цепи

$$i_{пр} = E/R. \tag{2.38}$$

Для случая $Q>0$ изменение тока через индуктивность во время переходного процесса будет описываться функцией

$$i_L(t) = Ae^{-\alpha t} \cdot sin(\omega_c t + \Theta) + E/R.$$

После дифференцирования тока $i_L(t)$ находим напряжение на индуктивности, которое равно напряжению на емкости:

$$u_L(t) = u_C(t) = L\frac{di}{dt} = L \cdot A \cdot \left(-\alpha \cdot e^{-\alpha t} \cdot sin(\omega_c t + \Theta) + \omega_c \cdot e^{-\alpha t} \cdot cos(\omega_c t + \Theta)\right). \tag{2.39}$$

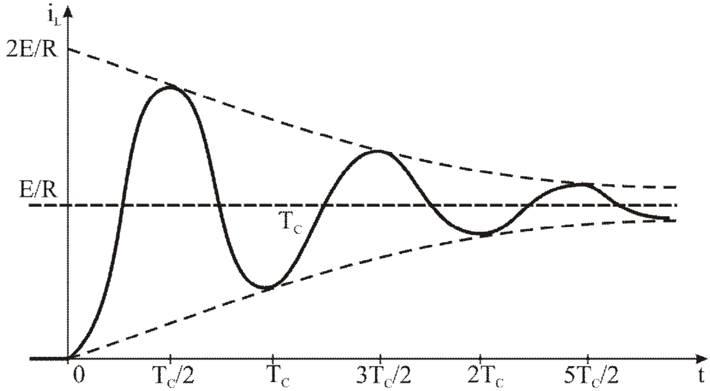


Рис. 2.7. Переходные процессы в параллельном контуре при подключении ЭДС

Подставляем в выражения для тока $i_L(t)$ и напряжения $u_C(t)$ начальные условия при $t=0$, получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} 0 = A \cdot sin\Theta + E/R, \\ 0 = -\alpha \cdot sin\Theta + \omega_c cos\Theta. \end{cases} \quad (2.40)$$

Решая полученную систему уравнений, определяем значения постоянных интегрирования:

$$A = -\frac{\omega_0}{\omega_c}\frac{E}{R}, \quad \Theta = arctg\frac{\omega_c}{\alpha}. \quad (2.41)$$

Тогда для тока в цепи во время переходных процессов запишем выражение:

$$i(t) = \frac{E}{R}\left(1 - \frac{\omega_0}{\omega_c}\right)e^{-\alpha t} \cdot sin(\omega_c t + \Theta). \quad (2.42)$$

График изменения тока при добротности Q>>1, когда Θ=90, показан на рис. 2.7.

2. Методика выполнения работы

Перед выполнением работы составить отчет, который должен содержать краткие элементы теории, ***исследуемые схемы и таблицу.***

Схемы и таблица должны быть выполнены карандашом и в соответствии с требованиями ЕСКД.

Студент, не подготовивший отчет, к выполнению лабораторной работы ***не допускается.***

В качестве элементов исследуемых схем использовать переменный резистор R, конденсатор C_1 номиналом 1 мкФ, индуктивность L_1 номиналом 1 Гн.

Выставление номинала переменного резистора осуществляется при отключенном сопротивлении из схемы и контролируется с помощью мультиметра, переведенного в положение измерения сопротивления.

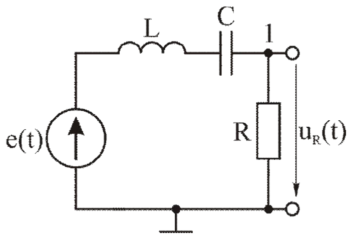


Рис. 2.8

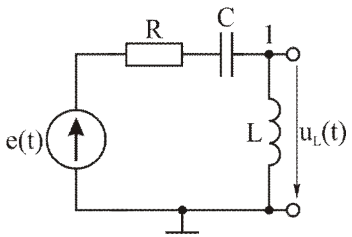


Рис. 2.9

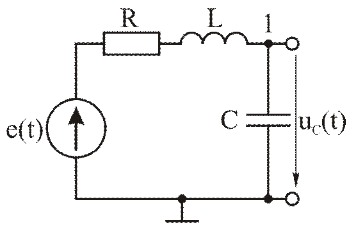


Рис. 2.10

Для получения временных диаграмм напряжения используется первый канал осциллографа, который подсоединяется к элементу, подключенному к заземляющему контакту (точка 1 для каждой схемы). На осциллографе необходимо выставить масштаб по оси времени 1 мс/дел, а по оси напряжения - 2 В/дел. С помощью регуляторов смещения осциллографа временные диаграммы располагать таким образом, чтобы на экране наблюдался весь переходный процесс. На рисунке начало координат должно соответствовать началу переходного процесса. На осях временных диаграмм, зарисованных в отчете, необходимо обозначить измеряемые величины, их размерность и масштаб.

3. Программа работы

1. Выставить на генераторе импульсное напряжение прямоугольной формы с частотой $f_г=20$ Гц, амплитудой $U_m=5$ В, напряжением смещения 2,5 В и скважностью 2 (асимметрия 50 %).

2. ***Исследование переходных процессов апериодического режима работы.***

2.1. На переменном резисторе R выставить сопротивление R=3,2 кОм и рассчитать добротность, учитывая, что внутреннее сопротивление источника ЭДС равно 100 Ом.

2.2. Собрать схему последовательной RLC цепи согласно рис. 2.8 и зарисовать полученную временную диаграмму напряжения на резисторе.

2.3. Собрать схему последовательной RLC цепи согласно рис. 2.9 и зарисовать временную диаграмму напряжения на индуктивности L отдельным рисунком.

2.4. Собрать схему последовательной RLC цепи согласно рис. 2.10 и зарисовать временную диаграмму напряжения на конденсаторе C отдельным рисунком.

3. ***Исследование переходных процессов в колебательном режиме и влияния изменения добротности на переходный процесс.***

3.1. Собрать схему последовательной RLC цепи согласно рис. 2.10.

3.2. На переменном резисторе R выставить сопротивление R=400 Ом и рассчитать добротность, учитывая, что внутреннее сопротивление источника ЭДС равно 100 Ом. Полученные данные занести в таблицу. Зарисовать временную диаграмму напряжения на конденсаторе С при рассчитанном значении добротности.

3.3. На переменном резисторе R выставить сопротивление R=600 Ом и рассчитать добротность, учитывая, что внутреннее сопротивление источника ЭДС равно 100 Ом. Полученные данные занести в таблицу. Зарисовать временную диаграмму напряжения на конденсаторе С при рассчитанном значении добротности.

3.4. На переменном резисторе R выставить сопротивление R=1,4 кОм и рассчитать добротность, учитывая, что внутреннее сопротивление источника ЭДС равно 100 Ом. Зарисовать временную диаграмму напряжения на конденсаторе С при рассчитанном значении добротности.

4. По временным диаграммам напряжения на конденсаторе, полученным в пп. 3.2 и 3.3, определить период колебаний Т и коэффициент затухания α. Используя значения сопротивлений, измеренных в пп. 3.2 и 3.3, рассчитать аналитическим методом период колебаний Т и коэффициент затухания α. Полученные данные занести в таблицу.

Пункт программы работы	R	Q	Рассчитанное значение		Измеренное значение	
			T	α	T	α
п 3.2 (R=400 Ом)						
п 3.3 (R=600 Ом)						

4. Контрольные вопросы

1. Какие электрические цепи являются цепями второго порядка?
2. Приведите пример электрической цепи второго порядка с нулевыми начальными условиями для L и C элементов.
3. Приведите пример электрической цепи второго порядка с ненулевыми начальными условиями: а) для индуктивности; б) для емкости.
4. Запишите дифференциальное уравнение для RLC цепи.
5. Что такое характеристическое уравнение и какой вид оно имеет для цепи второго порядка?
6. Какие значения могут иметь корни характеристического уравнения для цепи второго порядка?
7. Как выглядит решение дифференциального уравнения для электрической цепи второго порядка в случаях: а) апериодического переходного процесса; б) колебательного переходного процесса?
8. Что такое добротность LC–контура и как она влияет на характер переходного процесса?
9. Что такое декремент затухания, что он характеризует, от чего зависит?

Лабораторная работа № 3

ИССЛЕДОВАНИЕ СПЕКТРОВ ПЕРИОДИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

Цель работы: изучение видов и спектров периодических сигналов. Научиться определять вид сигнала по типу спектра.

1. Общие сведения

В электротехнике и электронике наряду с переменными синусоидальными токами и напряжениями применяются периодические токи и напряжения других форм. Примеры таких напряжений показаны на рис. 3.1. Прямоугольное колебание – меандр (рис. 3.1, а) является дискретным аналогом гармонического колебания. Меандр характеризуется амплитудой колебания E_m, периодом T и описывается функцией:

$$e(t) = \begin{cases} E_m, 0 < t \le T/2 \\ -E_m, T/2 < t \le T. \end{cases} \qquad (3.1)$$

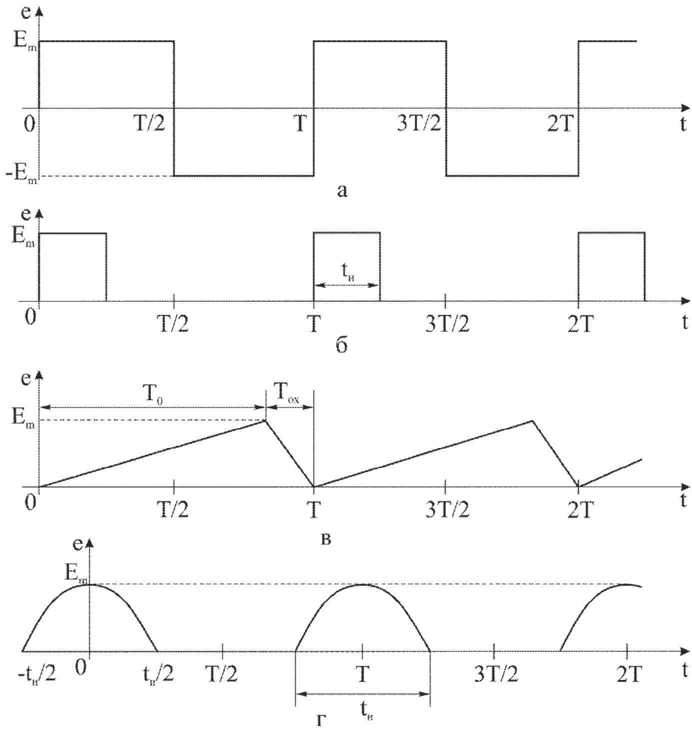


Рис. 3.1. Примеры периодических напряжений

С периодом связана частота колебаний $f=1/T$ [Гц].

Наиболее распространенным видом периодического несинусоидального напряжения является последовательность прямоугольных импульсов (рис. 3.1, б), которая характеризуется амплитудой E_m, периодом T (частотой $f=1/T$), длительностью импульсов t_u и скважностью $Q=T/t_u$. Скважность обратно пропорциональна коэффициенту заполнения $\gamma=1/Q=T/t_u$. Коэффициент заполнения показывает, какую часть периода присутствует активный уровень напряжения. Коэффициент заполнения всегда меньше 1, а скважность всегда больше 1. Последовательность прямоугольных импульсов описывается выражением

$$e(t)=\begin{cases} E_m, 0 \le t \le t_u, \\ 0, t_u < t < T. \end{cases}$$

На рис. 3.1, в изображена последовательность пилообразных импульсов. Кроме амплитуды E_m и периода T, параметрами пилообразного напряжения являются длительности прямого T_0 и обратного ходов T_{ox}. Эта последовательность описывается выражением

$$e(t)=\begin{cases} E_m \cdot t/T, \quad 0 < t \le T_0, \\ E_m \cdot (1-t/T), \quad T_0 \le t \le T. \end{cases}$$

К распространенным периодическим несинусоидальным колебаниям относится также последовательность косинусоидальных импульсов (рис. 3.1, г), для которой вводится дополнительный параметр – угол отсечки $\Theta=2\pi t_u/T$. Эта последовательность описывается выражением

$$e(t)=\begin{cases} \dfrac{E_m}{1-cos(\theta/2)}(cos\,\omega t - cos(\theta/2)), -t_u/2 \le t \le t_u/2 \\ 0, t_u < t < T. \end{cases}$$

Для расчета электрических цепей с источниками периодического несинусоидального тока или напряжения символический метод расчета цепей синусоидального тока непосредственно неприменим. Однако, раскладывая периодические несинусоидальные ЭДС на сумму синусоидальных (гармонических) составляющих (сумму гармоник) и используя принцип суперпозиции, для расчета линейных электрических цепей несинусоидального тока можно использовать символический метод. Процедура расчета в этом случае состоит в разложении периодических несинусоидальных ЭДС на ряд синусоидальных ЭДС и расчете электрической цепи для каждой гармонической составляющей с последующим суммированием результатов расчета для каждой отдельной гармоники.

1.1. Разложение периодических функций в ряд Фурье

Периодические функции $f(x)$, удовлетворяющие некоторым условиям, могут быть представлены в виде линейной комбинации (суммы с весовыми коэффициентами) ортогональных функций:

$$f(x) = C_0\varphi_0(x) + C_1\varphi_1(x) + \ldots + C_n\varphi_n(x). \qquad (3.2)$$

Ортогональной на отрезке [a, b] называется система функций

$$\varphi_0(x), \quad \varphi_1(x), \ldots \varphi_n(x), \qquad (3.3)$$

удовлетворяющая условию

$$\int_a^b \varphi_n(x)\cdot\varphi_m(x)dx = \begin{cases} 0 & при \quad n \neq m, \\ A_n & при \quad n = m. \end{cases} \qquad (3.4)$$

При разложении периодических функций в ряд Фурье в качестве ортогональных берут гармонические функции (изменяющиеся по гармоническому закону, *sin x* и *cos x*)

$$1, \; 0, \; cos\,\omega_1 t, \; sin\,\omega_1 t, \; cos\,2\omega_1 t, \; sin\,2\omega_1 t, \ldots \; cos\,n\omega_1 t, \; sin\,n\omega_1 t.$$

Для представления в виде ряда Фурье периодическая функция $f(t)$ должна удовлетворять условиям Дирихле: в пределах периода T функция имеет конечное число разрывов, максимумов и минимумов. Реальные ЭДС, токи и напряжения в электрических цепях удовлетворяют этим условиям. Таким образом, несинусоидальная периодическая функция $f(t)= f(t+T)$ может быть представлена в виде бесконечного гармонического ряда Фурье:

$$f(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n\, sin(n\omega_1 t + \varphi_n), \qquad (3.5)$$

где A_0 – постоянная составляющая, A_n – амплитуда n-й гармоники, φ_n – начальная фаза n-й гармоники, $n\omega_1$ – частота n-й гармоники. Частота $\omega_1=2\pi/T$ называется основной частотой. В ряде Фурье каждая гармоническая составляющая имеет свои амплитуду, частоту и начальную фазу. Используя тригонометрические преобразования, ряд Фурье можно представить в виде:

$$f(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n\, cos\,n\omega_1 t + \sum_{n=1}^{\infty} b_n\, sin\,n\omega_1 t, \qquad (3.6)$$

где коэффициенты ряда Фурье вычисляются по формулам, полученным на основе свойства ортогональности гармонических функций:

$$A_0 = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)dt, \quad a_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)cos\,n\omega_1 t\,dt, \quad b_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)sin\,n\omega_1 t\,dt.$$

Между коэффициентами ряда Фурье в форме (3.5) и (3.6) существует связь:

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}, \quad \varphi_n = arctg\; a_n / b_n. \qquad (3.7)$$

Для четных функций $b_n=0$, для нечетных функций $a_n=0$.

Набор коэффициентов ряда Фурье A_n и φ_n образует спектры амплитуд и фаз несинусоидальной функции. Так как мы рассматриваем периодические функции, то все они являются или четными, или нечетными. Соответственно они будут характеризоваться спектром амплитуд. Амплитудный спектр принято изображать в виде диаграммы, на которой частоте каждой гармоники соответствует спектральная линия с амплитудой этой гармоники (рис. 3.2). Спектр можно отображать в виде зависимости как от угловой (ω), так и от линейной (f)

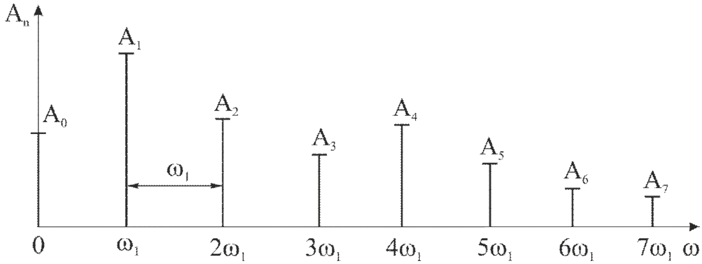


Рис. 3.2. Спектр амплитуд периодической функции

частоты. Амплитудный спектр гармонической функции характеризуется одной спектральной линией на частоте колебания этой функции.

Спектр периодических функций линейчатый. Расстояние между соседними линиями равно основной частоте $\omega_1=2\pi/T$.

1.2. Спектры некоторых периодических колебаний

Прямоугольное колебание (меандр). Меандр (рис. 3.3) описывается функцией

$$e(t)=\begin{cases} E_m,\ 0<t\le T/2, \\ -E_m,\ T/2<t\le T. \end{cases} \tag{3.8}$$

Для выбранного на рис. 3.3 начала отсчета времени функция $e(t)$ является нечетной. Коэффициенты ряда Фурье для нечетных функций $a_n=0$. Для коэффициентов b_n имеем:

$$b_n=\frac{2E}{T}\int_0^{T/2} \sin n\omega_1 t\,dt-\frac{2E}{T}\int_{T/2}^{T} \sin n\omega_1 t\,dt=\frac{4E}{Tn\omega_1}\left(1-\cos n\omega_1 T/2\right). \tag{3.9}$$

Учитывая, что $T\omega_1=2\pi/T$, получаем:

$$b_n=\frac{2E}{\pi n}\left(1-\cos \pi n\right)=\begin{cases} 0 \quad при \quad n=0,2,4\dots \\ 2E/\pi n \quad при \quad n=1,3,5\dots \end{cases} \tag{3.10}$$

Начальные фазы равны 0 для всех гармоник. В тригонометрической форме ряд Фурье для прямоугольного колебания имеет вид:

$$e(t)=\frac{2E}{\pi}\left(\sin\omega_1 t+\frac{1}{3}\sin 3\omega_1 t+\frac{1}{5}\sin 5\omega_1 t+\dots\right). \tag{3.11}$$

Графическая интерпретация ряда Фурье и спектр колебания представлены на рис. 3.4 и 3.5. Спектр прямоугольного колебания состоит из бесконечного количества нечетных гармоник, амплитуды которых ограничены огибающей $1/\omega$ (рис. 3.5). С

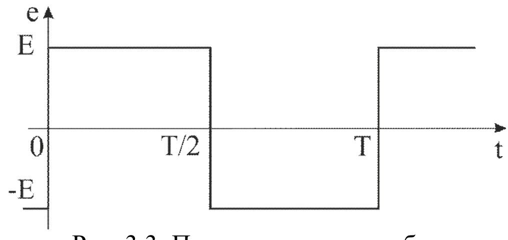


Рис. 3.3. Прямоугольное колебание

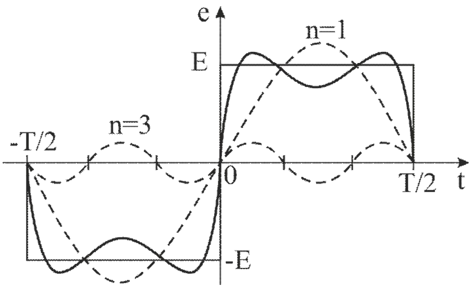


Рис. 3.4. Графическая интерпретация разложения прямоугольного колебания в ряд Фурье (первая и третья гармоники)

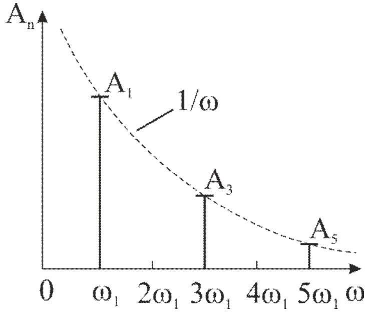


Рис. 3.5. Спектр прямоугольного колебания

увеличением числа гармоник сумма ряда приближается к функции *f(t)*. При ограниченном числе гармоник ряд Фурье лишь приближенно аппроксимирует прямоугольное колебание (рис. 3.4).

Последовательность прямоугольных импульсов представлена на рис. 3.6 и описывается выражением

$$e(t)=\begin{cases}E_m,\, 0 \le t \le t_u,\\ 0,\, t_u < t < T.\end{cases} \qquad (3.12)$$

Для выбранного на рис. 3.6 начала отсчета времени функция *e(t)* является четной и коэффициенты ряда Фурье $b_n=0$.

Значение средней (постоянной) составляющей

$$A_0=\frac{1}{T}\int_{-t_u/2}^{t_u/2} E dt=\frac{t_u}{T}E=\frac{E}{Q}, \qquad (3.13)$$

где $Q=T/t_u$ - скважность последовательности импульсов.

Значения коэффициентов ряда Фурье

$$a_n=\frac{2E}{T}\int_{-t_u/2}^{t_u/2}\cos n\omega_1 t\, dt=\frac{2E}{\pi n}\sin\frac{n\omega_1 t_u}{2}. \qquad (3.14)$$

Таким образом,

$$e(t)=E\left(Q+\frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\sin\frac{n\omega_1 t_u}{2}\cos n\omega_1 t\right). \qquad (3.15)$$

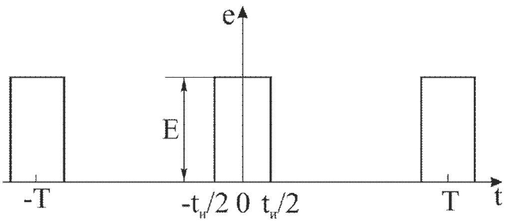


Рис. 3.6. Периодическая последовательность прямоугольных импульсов

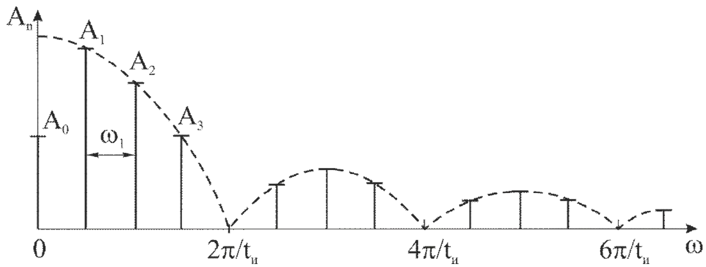


Рис. 3.7. Спектр периодической последовательности прямоугольных импульсов

Спектр последовательности прямоугольных импульсов изображен на рис. 3.7.

Спектр состоит из дискретных составляющих, амплитуда A_n которых определяется огибающей вида (sin x)/x, где $x=n\omega_1 t_u/2$. Расстояние между соседними линиями спектра определяется периодом повторения $\omega_1=2\pi/T$.

Огибающая спектра имеет нули в точках $2\pi/t_u$, $4\pi/t_u$ и т. д. Соответственно спектр последовательности прямоугольных импульсов состоит из основного лепестка ($0\leq\omega\leq 2\pi/t_u$) и ряда боковых лепестков. Протяженность основного лепестка $\Delta\omega=2\pi/t_u$ принимается за условную ширину спектра. Учитывая, что $\omega=2\pi f$, для ширины спектра в Гц получаем $\Delta f=1/t_u$.

Откуда

$$\Delta f\cdot t_u=1. \tag{3.16}$$

Это фундаментальное соотношение говорит о том, что произведение ширины спектра и длительности импульса остается постоянным. Поэтому более короткие импульсы имеют более широкий спектр.

Число дискретных линий в одном лепестке спектра равно скважности импульсной последовательности $Q=T/t_u$. При $T\rightarrow\infty$, $Q\rightarrow\infty$ и периодическая последовательность вырождается в одиночный импульс. При этом расстояние между спектральными линиями $\omega_1=2\pi/T\rightarrow 0$ и спектр из линейчатого превра-

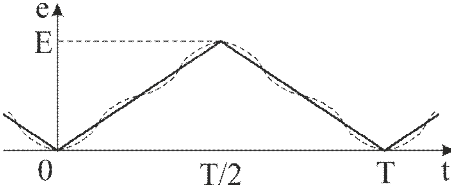


Рис. 3.8. Периодическое колебание треугольной формы и сумма трех первых гармоник ряда Фурье (пунктирная линия)

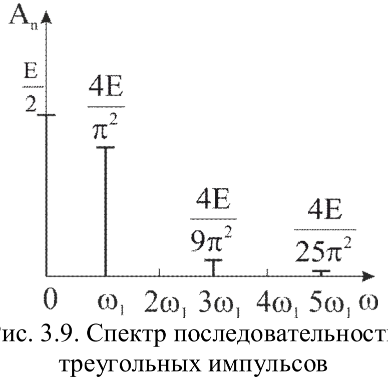


Рис. 3.9. Спектр последовательности треугольных импульсов

щается в сплошной, но ширина спектра по-прежнему определяется соотношением (3.16).

Периодическая последовательность импульсов треугольной формы. В показанной на рис. 3.8 последовательности треугольных импульсов $T_0=T_{ox}=T/2$. Она описывается выражением

$$e(t)=\begin{cases} E\cdot t/T, & 0\le t<T/2 \\ E\cdot(1-t/T), & T/2\le t<T \end{cases}. \qquad (3.17)$$

Для выбранного на рис. 3.8 начала отсчета времени функция $e(t)$ является четной и коэффициенты ряда Фурье $b_n=0$.

Постоянная составляющая напряжения последовательности импульсов треугольной формы равна

$$\begin{aligned} A_0 &= \frac{1}{T}\int_0^{T/2}\frac{Et}{T}dt+\frac{1}{T}\int_{T/2}^{T}E\left(1-\frac{t}{T}\right)dt= \\ &= \frac{1}{T}\int_0^{T/2}\frac{Et}{T}dt-\frac{1}{T}\int_{T/2}^{T}\frac{Et}{T}dt+\frac{E}{T}\int_{T/2}^{T}dt=\frac{E}{T}(T-T/2)=E/2. \end{aligned} \qquad (3.18)$$

Коэффициенты ряда Фурье a_n описываются выражением

$$a_n=\frac{1}{T}\int_0^{T/2}\frac{Et}{T}\cos n\omega_1 t dt+\frac{1}{T}\int_{T/2}^{T}E\left(1-\frac{t}{T}\right)\cos n\omega_1 t dt \qquad (3.19)$$

$$a_n=\frac{4E}{\pi^2 n^2}\cos\pi n,\quad n=1,2,3\ldots. \qquad (3.20)$$

Ряд Фурье для данной последовательности состоит из суммы постоянной составляющей и нечетных гармоник:

$$e(t)=\frac{E}{2}-\frac{4E}{\pi^2}\left(\cos\omega_1 t+\frac{1}{3^2}\cos 3\omega_1 t+\frac{1}{5^2}\cos 5\omega_1 t+\ldots+\frac{1}{n^2}\cos n\omega_1 t\right). \qquad (3.21)$$

Спектральная диаграмма последовательности изображена на рис. 3.9.

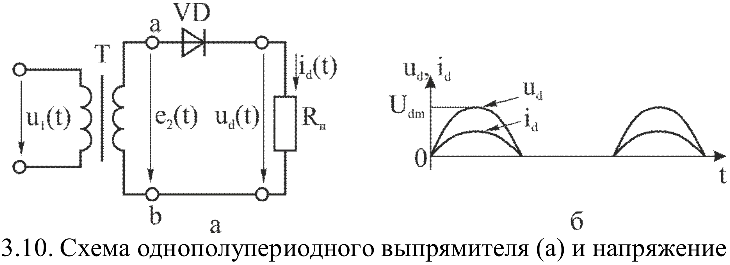
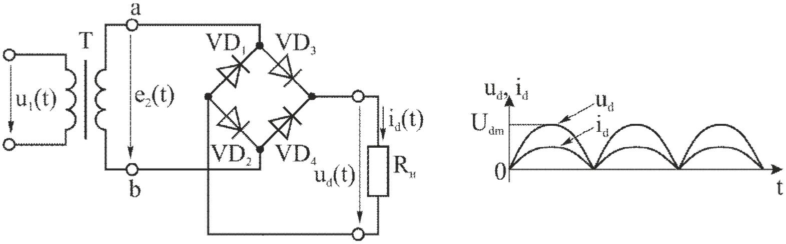


Рис. 3.10. Схема однополупериодного выпрямителя (а) и напряжение и ток на его выходе (б)



а б

Рис. 3.11. Схема двухполупериодного выпрямителя (а) и напряжение и ток на его выходе (б)

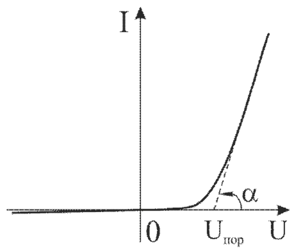


Рис. 3.12. Вольт-амперная характеристика полупроводникового диода

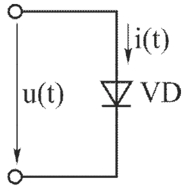


Рис. 3.13. Полупроводниковый диод в прямом включении

Периодическая последовательность косинусоидальных импульсов. Такая последовательность возникает при воздействии на нелинейные элементы гармонических колебаний, например при работе однофазных однополупериодных (рис. 3.10) и двухполупериодных (рис. 3.11) выпрямителей. Простейшим нелинейным элементом является полупроводниковый диод. Его вольт-амперная характеристика представлена на рис. 3.12. При приложении напряжения обратной полярности ток диода практически равен 0. Прямая ветвь также имеет участок, на котором протекающий через диод ток незначителен.

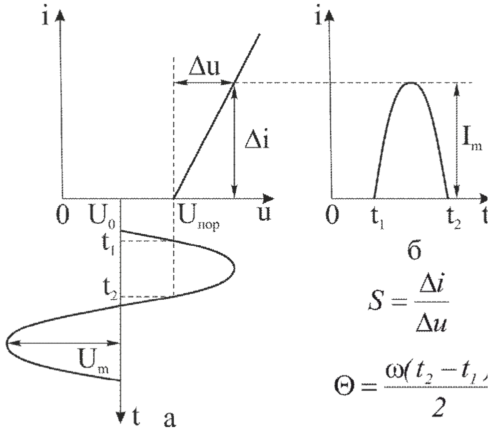


Рис. 3.14. Воздействие периодического напряжения на нелинейный элемент (а) и форма тока через него (б)

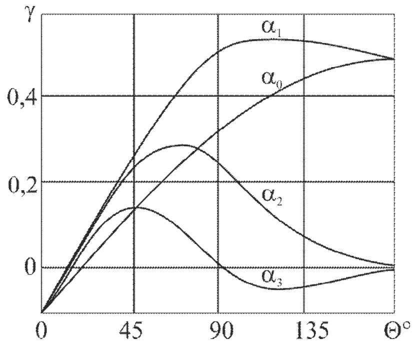


Рис. 3.15. Зависимости коэффициентов Берга от угла отсечки

В первом приближении вольт-амперную характеристику полупроводникового диода можно описать линейной кусочно-непрерывной функцией

$$i(u)=\begin{cases}0, & U \le U_{пор}\\ S(U-U_{пор}), & U_{пор}<U\end{cases}, \qquad (3.22)$$

где $U_{пор}$ – пороговое значение напряжения, при превышении которого через диод начинает протекать ток; $S=tg\alpha=\Delta I/\Delta U$ – крутизна вольт-амперной характеристики (угол наклона касательной к нарастающей части ВАХ).

Если к диоду (рис. 3.13) приложить напряжение, состоящее из постоянной и переменной составляющих $u(t)=U_0+U_m sin\ \omega t$ (рис. 3.14, а, б), то при определенных соотношениях между постоянной составляющей напряжения U_0, амплитудой напряжения U_m и пороговым напряжением диода $U_{пор}$ ток диода будет иметь форму косинусоидальных импульсов с углом отсечки $\Theta=arcos((U_{пор}-U_0)/U_m)$. Угол отсечки может изменяться в пределах от 0 (ток диода равен нулю) до 180° (режим без отсечки тока диода). Ток диода имеет форму периодических импульсов косинусоидальной формы, описываемых выражением:

$$i(t)=\begin{cases}\dfrac{I_m}{1-cos(\Theta/2)}(cos\,\omega t-cos(\Theta/2)), -(t_2-t_1)/2\le t\le (t_2-t_1)/2\\ 0, (t_2-t_1)/2<t<T,\end{cases} \qquad (3.23)$$

где $I_m = S\cdot U_m(1-cos\,\Theta)$ – амплитуда импульсов тока

Коэффициенты ряда Фурье для периодической последовательности косинусоидальных импульсов являются функциями угла отсечки:

$$I_0 = I_m\frac{sin\,\Theta-\Theta\,cos\,\Theta}{\pi(1-cos\,\Theta)},$$
$$I_{m_n} = I_m\frac{2(sin\,\Theta\,cos\,\Theta-n\,cos(n\Theta))}{\pi n(n^2-1)(1-cos\,\Theta)}. \qquad (3.24)$$

Для упрощения определения коэффициентов ряда Фурье для периодической последовательности косинусоидальных импульсов вводят нормированные параметры – коэффициенты Берга:

$$\alpha_0 = I_0/I_m,\quad \alpha_1 = I_1/I_m,\ldots,\quad \alpha_n = I_n/I_m.$$

Зависимости первых четырех коэффициентов от угла отсечки приведены на рис. 3.15.

2. Методика выполнения работы

Перед выполнением работы составить отчет, который должен содержать краткие элементы теории и исследуемую схему.

Студент, не подготовивший отчет, к выполнению лабораторной работы ***не допускается.***

Для получения спектра сигнала необходимо включить математическую обработку сигнала (однократно нажав кнопку «МАТ»). С помощью регулятора «Установка» и кнопок управления меню, расположенных справа от экрана, установить:

- оператор – БПФ;
- источник – КАН 1;
- окно – прямоуг.;
- растяжка БПФ – 2Х;
- шкала – Vrms, среднеквадратичное значение напряжения в вольтах (находится на второй странице);
- дисплей – полный (находится на второй странице).

На каждой спектральной характеристике, зарисованной в отчете, должны быть обозначены амплитуда и частота каждой спектральной линии, которые измеряются с помощью курсоров. Для этого необходимо однократно нажать кнопку «Курсор», с помощью кнопок меню и регулятора «Установка» выбрать режим РУЧНОЙ, источник МАТ и тип НАПРЯЖЕНИЕ или ВРЕМЯ. При измерении амплитуды спектральной линии необходимо выбрать тип НАПРЯЖЕНИЕ, курсор В (соответствующая кнопка меню) установить с помощью регулятора «Установка» в основание спектра, а курсор А (соответствующая кнопка меню) подвести с помощью регулятора «Установка» к вершине спектральной линии. Амплитуда спектральной линии будет отражена в строке ΔU на экране осциллографа. При измерении частоты спектральной линии необходимо выбрать тип ВРЕМЯ и подвести курсор А с помощью регулятора «Установка» к середине измеряемой линии. Частота спектральной линии будет отражена в строке Cursor A на экране осциллографа. На осях спектральной характеристики, зарисованной в отчете, необходимо обозначить измеряемые величины, их размерность и масштаб.

3. Программа работы

1. Подключить первый канал осциллографа к источнику ЭДС на лабораторном макете (см. приложение).
2. ***Исследовать спектр синусоидального сигнала.***

2.1. Установить на выходе генератора импульсов сигнал синусоидальной формы амплитудой 5 В, частотой следования 5 кГц, смещением 0 В и асимметрией 50 %.

2.2. Включить первый канал осциллографа. Зарисовать полученную временную диаграмму напряжения. Для этого на осциллографе необходимо выставить масштаб по оси времени 25 мкс/дел, а по оси напряжения - 2 В/дел. На осях временной диаграммы, зарисованной в отчете, необходимо обозначить измеряемые величины, их размерность и масштаб.

2.3. Выставить на осциллографе масштаб по оси времени 1 мс/дел, а по оси напряжения - 10 В/дел и сместить сигнал в нижнюю часть экрана (так, чтобы он занимал нижнюю клетку измерительной сетки).

2.4. Получить спектральную характеристику сигнала.

2.5. С помощью регулятора амплитуды первого канала и регулятора горизонтальной величины установить амплитуду FFT измерения 2 Vrms, а частоту - 12,5 Гц.

2.6. Зарисовать полученный спектр под изображением измеряемого сигнала с обозначением амплитуды и частоты. На осях спектральной характеристики, зарисованной в отчете, необходимо обозначить измеряемые величины, их размерность и масштаб.

2.7. Изменить на выходе генератора частоту сигнала на 15 кГц. Зарисовать полученный спектр на новом рисунке с обозначением амплитуды и частоты.

2.8. Перейти в режим работы с каналом 1 (однократно нажать кнопку «КАН 1»), выставить масштаб по оси времени 25 мкс/дел, а по оси напряжения - 2 В/дел. Зарисовать полученную осциллограмму под спектральной характеристикой, полученной в п. 2.7. На осях временной диаграммы, зарисованной в отчете, необходимо обозначить измеряемые величины, их размерность и масштаб.

3. ***Исследовать спектр сигнала прямоугольной формы.***

3.1. Установить на выходе генератора импульсов сигнал прямоугольной формы амплитудой 5 В, частотой следования 5 кГц, смещением 2,5 В и асимметрией 50 %.

3.2. Зарисовать полученную временную диаграмму напряжения в соответствии с рекомендациями п. 2.2.

3.3. Снять спектральную характеристику сигнала. На спектральной характеристике отобразить 5 первых спектральных линий.

3.4. Изменить на выходе генератора частоту сигнала на 10 кГц. Зарисовать полученный спектр на новом рисунке. На спектральной характеристике отобразить 5 первых спектральных линий.

3.5. Перейти в режим работы с каналом 1 и согласно рекомендациям п. 2.8 зарисовать полученную осциллограмму под спектральной характеристикой, полученной в п. 3.4.

3.6. Изменить на выходе генератора асимметрию сигнала на 20 %. Зарисовать полученную временную диаграмму напряжения в соответствии с рекомендациями п. 2.2.

3.7. Снять спектральную характеристику полученного сигнала. На спектральной характеристике отобразить 9 первых спектральных линий.

4. ***Исследовать спектр сигнала треугольной формы.***

4.1. Установить на выходе генератора импульсов сигнал треугольной формы амплитудой 5 В, частотой следования 5 кГц, смещением 2,5 В и асимметрией 50 %.

4.2. Зарисовать полученную временную диаграмму напряжения в соответствии с рекомендациями п. 2.2.

4.3. Снять спектральную характеристику сигнала. На спектральной характеристике отобразить 4 первых спектральных линии.

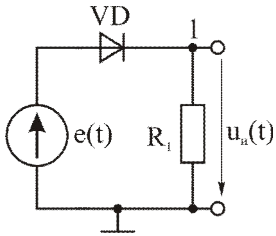


Рис. 3.16. Схема исследования последовательности импульсов косинусоидальной формы

5. ***Исследовать спектр последовательности импульсов косинусоидальной формы.***

5.1. Собрать схему согласно рис. 3.16. Подключить первый канал осциллографа к сопротивлению R_1 (точка 1 на рис. 3.16).

5.2. Установить на выходе генератора импульсов сигнал синусоидальной формы амплитудой 5 В, частотой следования 5 кГц, смещением 0 В и асимметрией 50 %.

5.3. Зарисовать полученную временную диаграмму напряжения в соответствии с рекомендациями п. 2.2. Полученная последовательность импульсов соответствует углу отсечки Θ=90°.

5.4. Снять спектральную характеристику сигнала. На спектральной характеристике отобразить 4 первых спектральных линии.

5.5. Перейти в режим работы с каналом 1 , выставить масштаб по оси времени 25 мкс/дел, а по оси напряжения - 2 В/дел. Вращая ручку генератора в режиме изменения смещения сигнала, установить угол отсечки 60°. Длительность полученного в п. 5.3 косинусоидального импульса $t_и$ в мкс равна половине периода и соответствует 2Θ в градусах ($t_и=T/2 \Leftrightarrow 2\Theta=180°$). Исходя из этих соотношений, необходимо получить последовательность импульсов косинусоидальной формы с длительностью импульса соответствующему углу отсечки Θ=60°. Длительность импульса измерять курсорами в режиме ВРЕМЯ, источник КАН 1. Курсор А установить с помощью регулятора «Установка» в начало импульса, а курсор В - в конец импульса. Длительность импульса будет отражена в строке ΔT на экране осциллографа.

Зарисовать полученную диаграмму напряжения на новом рисунке, обозначив на осях измеряемые величины, их размерность и масштаб.

5.6. Снять спектральную характеристику сигнала. На спектральной характеристике отобразить 4 первых спектральных линии.

4. Контрольные вопросы

1. Как выглядит прямоугольное колебание (меандр) и каким выражением описывается его вид?
2. Что такое коэффициент заполнения и что он показывает?
3. Как выглядит последовательность прямоугольных импульсов и каким выражением описывается его вид?
4. Как выглядит последовательность пилообразных импульсов и каким выражением описывается его вид?
5. Каким условиям должна удовлетворять периодическая функция для представления в виде ряда Фурье?
6. Что такое амплитудный спектр?
7. Как зависят коэффициенты ряда Фурье от вида функции (четная, нечетная)?
8. Из каких гармоник состоит спектр прямоугольного колебания и чем ограничена амплитуда этих гармоник?
9. Что такое угол отсечки?

Лабораторная работа № 4

ИССЛЕДОВАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКОВ

Цель работы: исследование работы и основных характеристик линейных четырехполюсников на примере дифференцирующих и интернирующих RC- и RL-цепей.

1. Общие сведения

Многие электротехнические устройства имеют два входных и два выходных зажима, причем их внутренняя электрическая цепь может быть весьма сложной. Такие устройства носят название четырехполюсников — пассивных, если внутри их отсутствуют источники энергии, и активных, если внутри их содержатся источники энергии.

Линейный пассивный четырехполюсник в общем случае может содержать внутри себя источники энергии, но с обязательным условием, что действие их взаимно компенсируется внутри четырехполюсника таким образом, что напряжения на входных, а также и на выходных разомкнутых зажимах равны нулю.

Четырехполюсник может быть обобщенно охарактеризован тремя независимыми параметрами, которые могут быть определены расчетом, если известно внутреннее строение четырехполюсника, а также экспериментально. Экспериментальное определение параметров четырехполюсника имеет особо важное значение, когда внутреннее строение четырехполюсника неизвестно.

Примерами пассивных четырехполюсников являются трансформатор (рис. 4.1, а), электрический фильтр (рис. 4.1, б), мостовая цепь (рис. 4.1, в). Они имеют два входных (1, 1') и два выходных (2, 2') зажима.

В дальнейшем будем рассматривать свойства четырехполюсников при установившихся синусоидальных процессах.

Положительные направления напряжений и токов выберем, как показано на рис. 4.2, а. При этом положительное направление потока энергии на входных зажимах 1-1' будет к четырехполюснику, а на выходных зажимах 2-2' — от четырехполюсника. Такой выбор положительных направлений целесообразен, когда четырехполюсник рассматривается как передаточное устройство.

Пусть реальная схема четырехполюсника содержит n независимых контуров. В качестве первого выберем контур, включающий в себя источник энергии на входных зажимах 1-1'. В качестве второго выберем контур, включающий в себя приемник, присоединенный к выходным зажимам 2-2'. Будем рассматривать напряжение $\dot{U}_1$ на входных зажимах четырехполюсника как вызывающее токи в цепи. Составим уравнения по методу контурных токов. Решая полученные уравнения, получаем несколько уравнений четырехполюсников.

Решив полученную систему уравнений относительно напряжений $\dot{U}_1$ и $\dot{U}_2$, получим уравнения четырехполюсника, записанные через Z-параметры, имеющие размерность сопротивления:

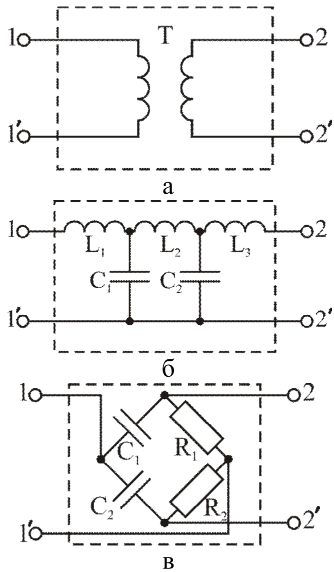


Рис. 4.1. Примеры пассивных четырехполюсников

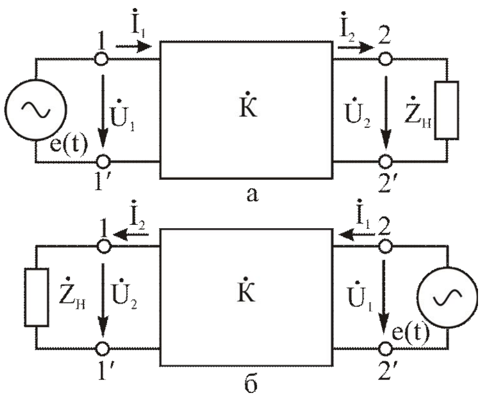


Рис. 4.2. Прямое [нагрузка включена со стороны выходных выводов (а)] и обратное [нагрузка включена со стороны входных выводов (б)] включение четырехполюсников

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \dot{Z}_{11}\dot{I}_1 + \dot{Z}_{12}\dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = \dot{Z}_{21}\dot{I}_1 + \dot{Z}_{22}\dot{I}_2 , \end{cases}$$

при этом $\dot{Z}_{12} = -\dot{Z}_{21}$ (для линейной пассивной цепи).

Решив полученную систему уравнений относительно напряжений $\dot{I}_1$ и $\dot{I}_2$, получим уравнения четырехполюсника, записанные через Y-параметры, имеющие размерность проводимости:

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = \dot{Y}_{11}\dot{U}_1 + \dot{Y}_{12}\dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 = \dot{Y}_{21}\dot{U}_1 + \dot{Y}_{22}\dot{U}_2 , \end{cases}$$

при этом $\dot{Y}_{12} = -\dot{Y}_{21}$ (для линейной пассивной цепи).

Наиболее распространенной формой записи уравнений четырехполюсника является такая, при которой входные величины $\dot{U}_1$ и $\dot{I}_1$ выражаются через выходные $\dot{U}_2$ и $\dot{I}_2$:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = A\dot{U}_2 + B\dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = C\dot{U}_2 + D\dot{I}_2 \ . \end{cases} \tag{4.1.}$$

Заметим, что параметры четырехполюсника A и D — безразмерные, B имеет размерность сопротивления, C — размерность проводимости. Между параметрами A, B, C и D четырехполюсника существует связь:

$$AD - BC = 1. \tag{4.2}$$

В некоторых случаях оказывается целесообразным в качестве заданных и искомых величин четырехполюсника выбирать совокупности $\dot{I}_1$, $\dot{U}_2$ и $\dot{I}_2$, $\dot{U}_1$. При таком выборе уравнения четырехполюсника удобно представить через его H-параметры, называемые гибридными:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \dot{H}_{11}\dot{I}_1 + \dot{H}_{12}\dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 = \dot{H}_{21}\dot{I}_1 + \dot{H}_{22}\dot{U}_2 \ . \end{cases}$$

Параметр $\dot{H}_{11}$ имеет размерность сопротивления, $\dot{H}_{22}$ — проводимости, параметры $\dot{H}_{12}$, $\dot{H}_{21}$ - безразмерные. Между H-параметрами существует связь $\dot{H}_{21} = \dot{H}_{12}$.

Если поменять местами входные и выходные зажимы четырехполюсника (см. рис. 4.2, а), то получим схему, изображенную на рис. 4.2, б [заменяем $\dot{U}_1$ на $\dot{U}_2$, $\dot{U}_2$ - на $\dot{U}_1$, $\dot{I}_1$ - на $-\dot{I}_2$ и $\dot{I}_2$ - на $-\dot{I}_1$ в уравнениях четырехполюсника (4.1)]. Производя такую замену в уравнениях четырехполюсника (4.1) и учитывая уравнение (4.2), получаем уравнения четырехполюсника (рис. 4.2, б) в виде:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = D\dot{U}_2 + B\dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = C\dot{U}_2 + A\dot{I}_2 \ . \end{cases}$$

Таким образом, если поменять местами вход и выход четырехполюсника, то в уравнениях меняются местами параметры A и D. Симметричным называют четырехполюсник, свойства которого одинаковы со стороны обеих пар зажимов ($A = D$).

Существует еще 2 формы записи уравнений четырехполюсника в системах B- и G-параметров соответственно:

$$\begin{cases} \dot{U}_2 = \dot{B}_{11}\dot{U}_1 + \dot{B}_{12}\dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 = \dot{B}_{21}\dot{U}_1 + \dot{B}_{22}\dot{I}_1 \end{cases},$$

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = \dot{G}_{11}\dot{U}_1 + \dot{G}_{12}\dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = \dot{G}_{21}\dot{U}_1 + \dot{G}_{22}\dot{I}_2 \end{cases}.$$

Определение параметров четырехполюсника. Для экспериментального определения параметров четырехполюсников нет необходимости производить измерения при номинальных напряжениях и токах. Достаточно выполнить измерения при холостом ходе ($Z_H = \infty$, $\dot{I}_2 = 0$) и при коротком замыкании ($Z_H = 0$, $\dot{U}_2 = 0$) на вторичных зажимах.

Рассмотрим это на примере А-параметров:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = A\dot{U}_2 + B\dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = C\dot{U}_2 + D\dot{I}_2 \end{cases}.$$

Режим ХХ: $$\begin{cases} \dot{U}_{10} = A\dot{U}_2 \\ \dot{I}_{10} = C\dot{U}_2 \end{cases},$$

где $\dot{U}_{10}$ - напряжение в первичной цепи на холостом ходу, $\dot{I}_{10}$ - ток в первичной цепи на холостом ходу.

Режим КЗ: $$\begin{cases} \dot{U}_{1K} = B\dot{I}_2 \\ \dot{I}_{1K} = D\dot{I}_2 \end{cases},$$

где $\dot{U}_{1K}$ – напряжение в первичной цепи при коротком замыкании, $\dot{I}_{1K}$ – ток в первичной цепи при коротком замыкании

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = A\dot{U}_2 + B\dot{I}_2 = \dot{U}_{10} + \dot{U}_{1K} \\ \dot{I}_1 = C\dot{U}_2 + D\dot{I}_2 = \dot{I}_{10} + \dot{I}_{1K} \end{cases}.$$

Так как пассивный четырехполюсник характеризуется только тремя независимыми параметрами, то простейшая эквивалентная схема четырехполюсника должна содержать три элемента. Таким образом, имеем две эквивалентные

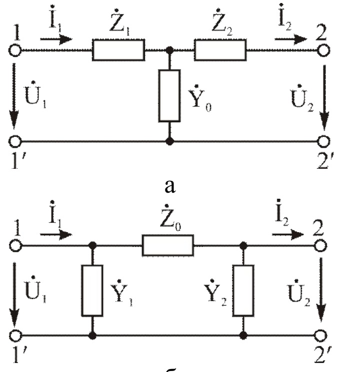


Рис.4.3. Эквивалентные схемы замещения четырехполюсников Т- (а) и П- (б) образные, связь между параметрами четырехполюсника и его эквивалентной схемы в случае А-параметров

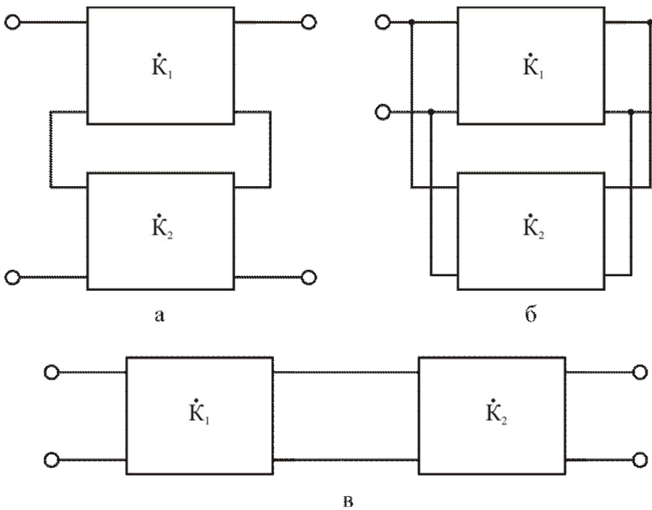


Рис.4.4. Соединение четырехполюсников:
а – последовательное, б – параллельное, в – каскадное

схемы замещения четырехполюсника – Т– и П–образные (рис. 4.3). Выразив напряжения и токи на входе и выходе четырехполюсника и сопоставив эти выражения с уравнениями четырехполюсника, можно получить связь между параметрами четырехполюсника и его эквивалентной схемы (в случае А-параметров эта связь представлена под соответствующей эквивалентной схемой четырехполюсника).

Четырехполюсники могут соединяться между собой различными способами. Наиболее распространенные способы соединения (показаны на рис. 4.4) – последовательный, параллельный и каскадный.

Часто возникает задача нахождения выходного тока (или напряжения) четырехполюсника под воздействием заданного тока (или напряжения) на входе. В этом случае возникает понятие передаточной функции, которая характеризует передачу некоторого воздействия от входа к выходу электрической цепи и определяется из соотношения

$$K(p)=\frac{X_2(p)}{X_1(p)},$$

где p - некоторый оператор, $X_1(p)$ и $X_2(p)$ - операторные изображения входной $x_1(t)$ и выходной $x_2(t)$ функций. В нашем случае $x_1(t)$ - это $\mathrm{i}_1(\mathrm{t})$ или $\mathrm{u}_1(\mathrm{t})$, а $x_2(t)$ - это $i_2(t)$ или $u_2(t)$. Наиболее часто применяются передаточные функции по току $K_I(p)=I_2(p)/I_1(p)$, по напряжению $K_U(p)=U_2(p)/U_1(p)$ и входное сопротивление $Z_{BX}(p)=U_1(p)/I_1(p)$.

Рассмотрим передаточную функцию по напряжению

$$K(p)=\frac{U_2(p)}{U_1(p)},$$

если в качестве оператора рассматривают $p = j\omega$, функция $K(j\omega)$ принимает смысл комплексной частотной характеристики четырехполюсника:

$$\dot{K}(j\omega)=\frac{\dot{U}_2(j\omega)}{\dot{U}_1(j\omega)}.$$

Комплексную характеристику (коэффициент передачи) можно представить в виде:

$$\dot{K}(j\omega)=K(\omega)e^{j\varphi(\omega)},$$

где $K(\omega)=\left|\dot{K}(j\omega)\right|$ называется амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ), $\varphi(\omega)$– фазочастотной характеристикой (ФЧХ) четырехполюсника. АЧХ – это зависимость коэффициента передачи четырехполюсника от частоты при воздействии на входе гармонического напряжения (тока). Если входное напряжение линейного четырехполюсника гармоническое:

$$u_1(t)=U_{m1}\sin(\omega t+\varphi_1),$$

то выходное напряжение также является гармоническим с той же частотой и другими значениями амплитуды U_{m_2} и фазы φ_2:

$$u_2(t)=U_{m2}\sin(\omega t+\varphi_2).$$

Тогда АЧХ и ФЧХ как зависимости от частоты определяются соотношениями:

$$K(\omega)=\frac{U_{m2}(\omega)}{U_{m1}(\omega)},\quad \varphi(\omega)=\varphi_2(\omega)-\varphi_1(\omega).$$

Экспериментально АЧХ четырехполюсника измеряется путем изменения частоты входного гармонического напряжения при постоянной амплитуде входного напряжения $U_{m1}(\omega)=U_{m1}=const$. При этом нормированная зависимость выходного напряжения от частоты $U_{m2}(\omega)/U_{m1}$ будет являться АЧХ четырехполюсника.

Существует понятие идеального четырехполюсника, АЧХ которого постоянная, а ФЧХ является линейной функцией (рис. 4.5).

Реальные четырехполюсники содержат один или несколько реактивных элементов, и их АЧХ и ФЧХ отличаются от идеальных. В этом случае форма

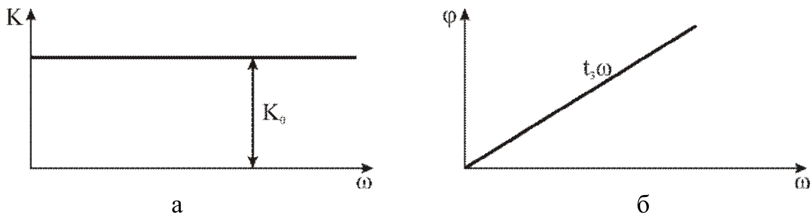


Рис.4.5. Идеальные амплитудно-частотная (а) и фазочастотная (б) характеристики

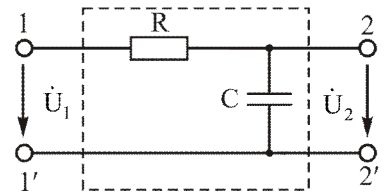


Рис.4.6. Интегрирующая RC-цепь

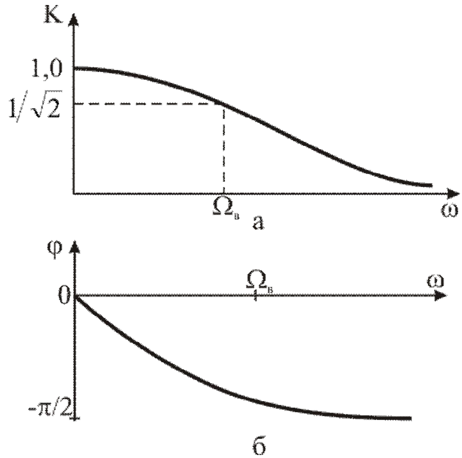


Рис.4.7. АЧХ (а) и ФЧХ (б) интегрирующей RC-цепи

выходной реакции четырехполюсника не будет совпадать с формой входного воздействия. Для расчета выходной реакции $u_2(t)$ четырехполюсника с заданным комплексным коэффициентом передачи $\dot{K}(j\omega)$ по известному входному воздействию $u_1(t)$ можно использовать спектральный метод, основанный на свойствах преобразования Фурье.

Весьма важной является возможность создания четырехполюсников, напряжение на выходе которых представляет собой производную или интеграл напряжения на входе. Такие четырехполюсники, получившие наименование дифференцирующих (переходных) и интегрирующих цепей, находят широкое применение в измерительной технике, в системах автоматики и в устройствах для интегрирования систем дифференциальных уравнений.

Рассмотрим простейшие дифференцирующие (переходные) и интегрирующие цепи, составим выражения передаточных функций, получим выражения для АЧХ и ФЧХ и построим их графики.

Интегрирующая RC-цепь может рассматриваться как линейный четырехполюсник (рис. 4.6).

Комплексный коэффициент передачи определяется как

$$\dot{K} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{1}{1 + j\omega RC}.$$

Интегрирующая RC-цепь характеризуется параметром постоянной времени $\tau = RC$. Найдем АЧХ и ФЧХ интегрирующей RC-цепи:

$$K(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2\tau^2}},$$

$$\varphi(\omega) = arctg(-\omega\tau).$$

Частотные характеристики интегрирующей RC-цепи показаны на рис 4.7. Частота среза $\Omega_{ср}$, на которой коэффициент передачи снижается до уровня

$1/\sqrt{2} = 0.707$, называется верхней $\Omega_в = 1/\tau = 1/RC$, а сама интегрирующая RC-цепь является фильтром нижних частот.

Рассмотрим дифференцирующую (переходную) RC-цепь (рис. 4.8) как линейный четырехполюсник. Найдем комплексный коэффициент передачи дифференцирующей RC-цепи:

$$\dot{K} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}.$$

АЧХ и ФЧХ переходной RC-цепи описываются выражениями:

$$K(\omega) = \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}},$$

$$\varphi(\omega) = arctg(1/\omega RC).$$

Параметром дифференцирующей RC-цепи является постоянная времени $\tau = RC$. АЧХ и ФЧХ дифференцирующей RC-цепи показаны на рис 4.9. Частота среза $\Omega_{ср}$, на которой коэффициент передачи снижается до уровня $1/\sqrt{2} = 0.707$, называется нижней $\Omega_н = 1/\tau = 1/RC$, а сама дифференцирующая RC-цепь является фильтром верхних частот.

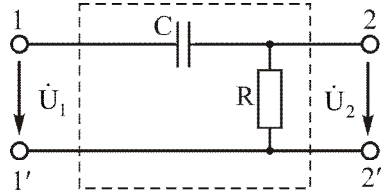


Рис.4.8. Дифференцирующая RC-цепь

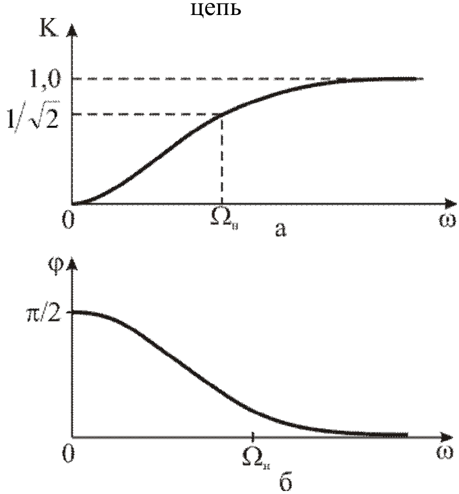


Рис.4.9. АЧХ (а) и ФЧХ (б) дифференцирующей RC-цепи

2. Методика выполнения работы

Перед выполнением работы составить отчет, который должен содержать краткие элементы теории, ***исследуемые схемы и таблицу.***

Схемы и таблица должны быть выполнены карандашом и в соответствии с требованиями ЕСКД.

Студент, не подготовивший отчет, к выполнению лабораторной работы ***не допускается.***

Для снятия АЧХ линейных четырехполюсников необходимо к входным

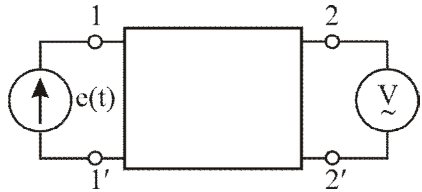


Рис.4.10. Схема для снятия АЧХ линейных четырехполюсников

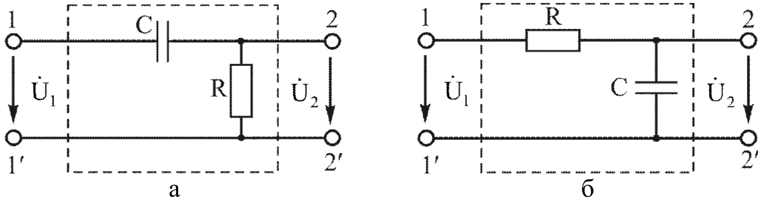


Рис. 4.11. Схемы дифференцирующей (а) и интегрирующей (б) RC-цепи

зажимам четырехполюсника (1-1') подключить генератор, а к выходным (2-2') – вольтметр (мультиметр в режиме измерения действующего значения переменного напряжения). Схема подключения показана на рис 4.10. Выставить на генераторе сигналов специальной формы синусоидальное напряжение с амплитудой $U_m=5$ В (напряжение смещения – 2,5 В, асимметрия – 50 %) и, изменяя частоту генератора согласно таблице (от 40 до 300 Гц), фиксировать и заносить в таблицу показания вольтметра, затем для каждой частоты определить коэффициент передачи *K* и построить зависимость *K(f)*. Расчет коэффициента передачи *K* привести в отчете.

3. Программа работы

1. ***Исследование дифференцирующей (переходной) RC цепи.***
1.1. Собрать схему дифференцирующей RC-цепи (рис. 4.11, а). В качестве сопротивления R использовать резистор R_2 номиналом 1.5 кОм, а в качестве емкости C – конденсатор C_1 номиналом 1 мкФ.
1.2. Снять АЧХ дифференцирующей RC-цепи – зависимость коэффициента передачи от частоты K(f) (см. таблицу) и определить частоту среза f_{CP} графическим методом.
2. ***Исследование интегрирующей RC цепи***.
2.1. Собрать схему интегрирующей RC цепи (рис. 4.11, б). В качестве сопротивления R использовать резистор R_2 номиналом 1.5 кОм, а в качестве емкости C – конденсатор C_1 номиналом 1 мкФ.

Коэффициент передачи и амплитудочастотные характеристики

	RC-цепь (п.1)		RC-цепь (п.2)		RL-цепь (п.3)		RL-цепь (п.4)	
f, Гц	V, В	K	V, В	K	V, В	K	V, В	K
40								
60								
80								
…								
300								
f_{CP}, Гц								

2.2. Снять АЧХ интегрирующей RC-цепи – зависимость коэффициента передачи от частоты *K(f)* и определить (графическим методом) частоту среза f_{cp}.

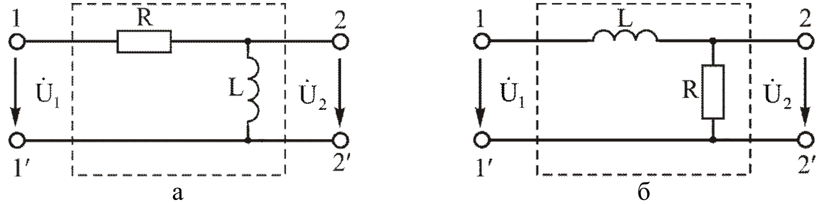


Рис. 4.12. Схемы дифференцирующей (а) и интегрирующей (б) RL-цепи

3. ***Исследование дифференцирующей RL цепи***.

3.1. Собрать схему дифференцирующей RL-цепи (рис. 8.12, а). В качестве сопротивления R использовать резистор R_1 номиналом 750 Ом, а в качестве индуктивности L – индуктивность L_1 номиналом 1 Гн.

3.2. Снять АЧХ дифференцирующей RL цепи – зависимость коэффициента передачи от частоты K(f) и определить (графическим методом) частоту среза f_{CP}.

4. ***Исследование интегрирующей RL цепи.***

4.1. Собрать схему интегрирующей RL-цепи (рис. 8.12, б). В качестве сопротивления R использовать резистор R_1 номиналом 750 Ом, а в качестве индуктивности L – индуктивность L_1 номиналом 1 Гн.

4.2. Снять АЧХ интегрирующей RL-цепи – зависимость коэффициента передачи от частоты K(f) и определить (графическим методом) частоту среза f_{CP}.

4. Контрольные вопросы

1. Дайте определение четырехполюсника и приведите его графическое обозначение.
2. Чем отличается пассивный четырехполюсник от активного?
3. Приведите примеры четырехполюсников. В чем необходимость применения теории четырехполюсников в описании устройств электротехники?
4. Запишите уравнения четырехполюсника через Z-параметры. Какую размерность они имеют?
5. Запишите уравнения четырехполюсника через Y-параметры. Какую размерность они имеют?
6. Запишите уравнения четырехполюсника через А-параметры. Какую размерность они имеют?
7. Запишите уравнения четырехполюсника через Н-параметры. Какую размерность они имеют?
8. Как определяются параметры четырехполюсника?
9. Приведите эквивалентные схемы замещения четырехполюсников.
10. Определите связь параметров четырехполюсника с параметрами его эквивалентной схемы замещения.
11. Приведите способы соединения четырехполюсников.

12. Что такое передаточная функция? Когда возникает необходимость ее определения?
13. Дайте определение АЧХ.
14. Дайте определение ФЧХ.
15. Нарисуйте интегрирующую (дифференцирующую) RC-цепь. Рассчитайте комплексный коэффициент передачи, АЧХ и ФЧХ.
16. Нарисуйте интегрирующую (дифференцирующую) RL-цепь. Рассчитайте комплексный коэффициент передачи, АЧХ и ФЧХ.

Лабораторная работа № 5

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ФИЛЬТРОВ

Цель работы: исследование работы и основных характеристик линейных фильтров на примере простейших Т- и П-фильтров.

1. Общие сведения

Четырехполюсники, частотные характеристики передаточных функций которых имеют резко выраженную избирательность для отдельных частот или полос частот, называют частотными электрическими фильтрами или электрическими фильтрами. Структурная схема фильтра приведена на рис. 5.1.

Правильно сконструированный фильтр должен пропускать к приемнику сигналы практически без изменения их амплитуды в некотором диапазоне частот, называемом полосой пропускания, и не пропускать сигналы, частоты которых лежат вне полосы пропускания, т. е. находятся в так называемой полосе задерживания.

Электрические фильтры - это четырехполюсники, содержащие катушки индуктивности, конденсаторы и резисторы и предназначенные для выделения или подавления на нагрузке напряжения заданного диапазона частот.

Поскольку сопротивления реактивных элементов (катушек индуктивности и конденсаторов) фильтров зависят от частоты, комплексный коэффициент передачи $\dot{K}(j\omega)=K(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$ также зависит от частоты. Как мы уже помним, зависимость модуля коэффициента передачи от частоты *K*(ω) называют амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ), а зависимость аргумента (фазы) от частоты φ(ω) – фазочастотной характеристикой (ФЧХ) фильтра. Эти характеристики имеют важное значение для работы устройств электроники.

Рис. 5.1. Структурная схема электрического фильтра

По виду полосы пропускания различают:

- фильтры нижних частот (ФНЧ), полоса пропускания которых лежит в диапа-

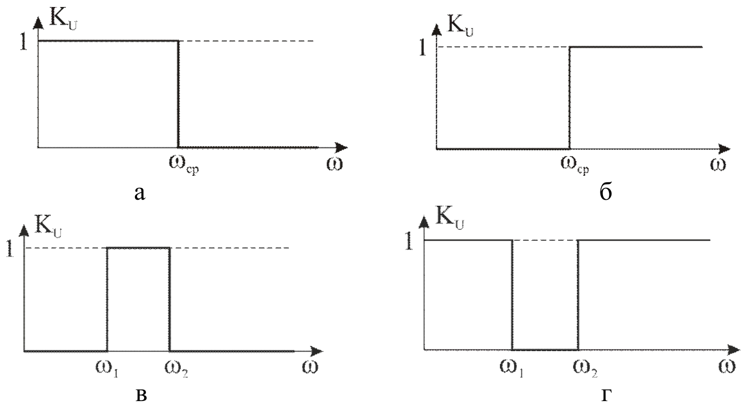


Рис. 5.2. АЧХ идеальных ФНЧ (а), ФВЧ (б), полосового (в) и заграждающего (г) фильтров

зоне от $\omega=0$ до частоты среза $\omega=\omega_{ср}$;

- фильтры верхних частот (ФВЧ), полоса пропускания которых находится в диапазоне от частоты среза $\omega=\omega_{ср}$ до $\omega=\infty$;
- полосовые (избирательные) фильтры, полоса пропускания которых лежит в диапазоне от $\omega=\omega_1$ до $\omega=\omega_2$;
- заграждающие фильтры, полоса пропускания которых находится в диапазоне от $\omega=0$ до $\omega=\omega_1$ и от $\omega=\omega_2$ до $\omega=\infty$ (т.е. не пропускают сигналы, частоты которых лежат в диапазоне от $\omega=\omega_1$ до $\omega=\omega_2$).

АЧХ различных типов идеальных фильтров представлены на рис.5.2.

На рис. 5.3 представлены схемы простейших фильтров нижних (рис. 5.3, а) и верхних (рис. 5.3, б) частот.

Рассмотрим принцип действия ФНЧ. На низких частотах индуктивное сопротивление фильтра мало, а емкостное велико, поэтому выходное напряжение практически равно входному и коэффициент передачи фильтра $K_U \approx 1$. На высоких частотах выходные зажимы шунтируются конденсатором и $K_U \to 0$.

Аналогично для ФВЧ. На низких частотах выходное напряжение фильтра стремится к нулю из-за наличия конденсатора, сопротивление которого на низких частотах велико. На высоких частотах емкостное сопротивление мало, и выходное напряжение практически равно входному.

ФНЧ и ФВЧ могут быть реализованы на основе Т- и П- фильтров (рис. 5.4).

Рис. 5.3. Схемы простейших фильтров нижних (а) и верхних (б) частот

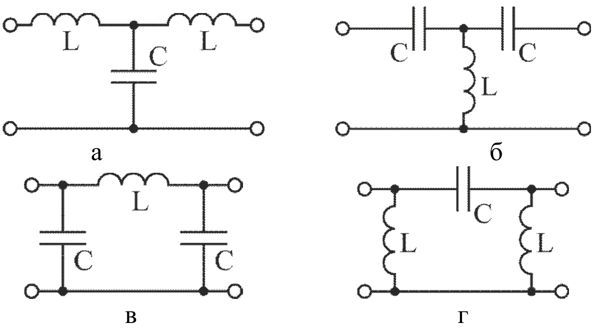


Рис. 5.4. Примеры Т- (а, б) и П- фильтров (в,г)

Заметим, что идеальные фильтры физически нереализуемы. Передаточные функции физически реализуемых фильтров аппроксимируют полиномами различного вида и получают соответственно различные типы фильтров: Баттерворта, Чебышева, Кауэра и др. АЧХ фильтров могут быть оптимизированы по различным критериям. Фильтры Баттерворта имеют монотонную, медленно спадающую АЧХ в полосе пропускания и быстро убывающую за частотой среза (кривая 1, рис. 5.5). АЧХ фильтра Чебышева спадает за частотой среза более круто, но в полосе пропускания она имеет колебательный характер (кривая 2, рис. 5.5).

В резонансных фильтрах используются явления резонансов напряжений и токов в электрических цепях для выделения или исключения в кривой напряжения на приемнике определенной полосы частот. Соответствующие фильтры называются полосовыми и заградительными.

Назначение полосовых фильтров - выделить из несинусоидального напряжения гармоники, частоты которых лежат в узкой полосе ($\omega_1<\omega<\omega_2$), и максимально ослабить все остальные. Рассмотрим, например, работу фильтра, схема которого изображена на рис. 5.6, а. Если параметры фильтра подобраны таким образом, что на заданной резонансной частоте $\omega_{рез}$ выполняется условие резонанса напряжений $\omega_{рез}L=1/\omega_{рез}C$, то сопротивление фильтра $\dot{Z}_{рез}=j\omega_{рез}L-j/\omega_{рез}C$ теоретически будет равно нулю, а коэффициент передачи $K_U=1$. При ω=0, $X_C\to\infty$, $K_U=0$, а при $\omega\to\infty$, $X_L\to\infty$, $K_U\to 0$. Для всех остальных частот, гармонические составляющие которых присутствуют во входном напряжении, последовательный резонансный контур будет обладать некоторым сопротивлением, отличным от нуля, т.е. $K_U<0$. Вид АЧХ для схемы рис. 5.6, а показан на рис. 5.6, б. Заметим, что избирательные свойства реального резонансного фильтра зависят от добротности

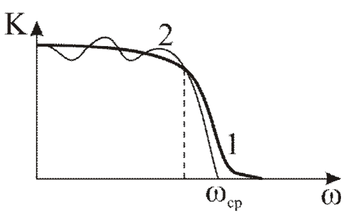


Рис. 5.5. АЧХ ФНЧ Беттерворта (1) и Чебышева (2)

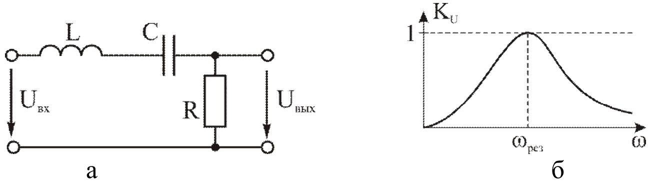


Рис. 5.6. Схема (а) и АЧХ (б) полосного резонансного фильтра

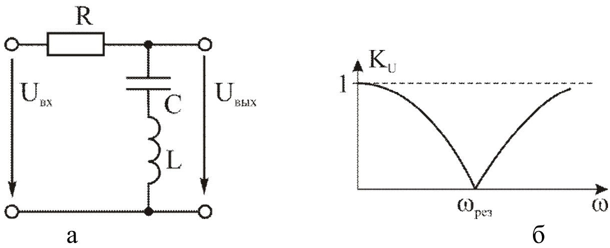


Рис. 5.7. Схема (а) и АЧХ (б) заграждающего резонансного фильтра

индуктивной катушки на резонансной частоте

$$Q = {\omega_{рез} L}\Big/{r},$$

где r — активное сопротивление катушки индуктивности. Из-за конечного значения добротности катушки индуктивности коэффициент передачи на резонансной частоте всегда несколько меньше единицы.

Назначение заграждающих фильтров - исключить или существенно ослабить гармоники, частоты которых лежат в узкой полосе $\omega_1<\omega<\omega_2$. Рассмотрим принцип действия резонансного заграждающего фильтра (рис. 5.7, а). На постоянном токе ($\omega=0$) емкостное сопротивление фильтра стремится к бесконечности и коэффициент передачи $K_U \approx 1$. На высоких частотах сопротивление индуктивного элемента стремится к бесконечности и $K_U \approx 1$. На резонансной частоте теоретически сопротивление фильтра $\dot{Z}_{рез} = j\omega_{рез} L - j/\omega_{рез} C = 0$, следовательно, выходное напряжение и коэффициент передачи K_U приблизительно равны нулю. Вид АЧХ фильтра приведен на рис. 5.7, б. Следует помнить, что так же, как и для полосового фильтра, свойства заграждающего фильтра зависят от его активного сопротивления. Для реального фильтра на резонансной частоте коэффициент передачи всегда отличен от нуля.

2. Методика выполнения работы

Перед выполнением работы составить отчет, который должен содержать краткие элементы теории, ***исследуемые схемы и таблицы.***

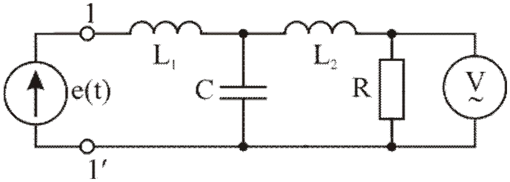


Рис. 5.8. Типичная схема подключения для снятия АЧХ электрических фильтров

Схемы и таблицы должны быть выполнены карандашом и в соответствии с требованиями ЕСКД.

Студент, не подготовивший отчет, к выполнению лабораторной работы ***не допускается.***

Для снятия АЧХ электрических фильтров необходимо к входным зажимам (1-1') подключить генератор, а к выходному резистору R – вольтметр (мультиметр в режиме измерения действующего значения переменного напряжения). Типичная схема подключения показана на рис. 5.8.

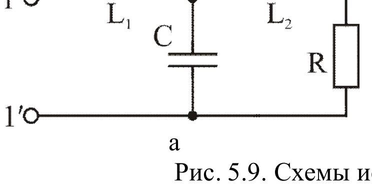
Снятие АЧХ. Выставить на генераторе сигналов специальной формы синусоидальное напряжение с амплитудой U_m=5 В (напряжение смещения – 2,5 В, асимметрия – 50 %) и, изменяя частоту генератора согласно таблице (от 40 до 400 Гц), фиксировать и заносить в табл. 5.1 показания вольтметра, затем для каждой частоты определить коэффициент передачи *K* и построить зависимость K(f).

Снятие уточненной АЧХ. Для более точного определения полосы пропускания фильтра необходимо в увеличенном масштабе частоты (с шагом 10 Гц) снять зависимость K(f) в диапазоне 0.5...0.9. Для этого необходимо по данным табл. 5.1 определить диапазон частот, при которых коэффициент передачи находится в диапазоне 0.5...0.9, разбить данный диапазон частот с шагом 10 Гц (зафиксировать полученные частоты в табл. 5.2). Изменяя частоту генератора в соответствии с табл. 5.2, фиксировать (заносить в табл. 5.2) показания вольтметра, затем для каждой частоты определить коэффициент передачи K и построить уточненную зависимость *K(f)*. Табл. 5.2 необходимо составлять для каждого исследуемого фильтра отдельно.

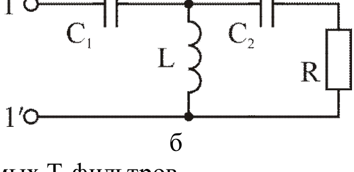
3. Программа работы

1. ***Исследование Т-фильтров***

1.1. Собрать схему Т-фильтра (рис. 5.9, а) согласно типичной схеме для снятия АЧХ (рис. 5.8). В качестве сопротивления R использовать резистор R_2 номиналом 1.5 кОм, в качестве емкостей C_1 и C_2 – C_1 и C_2 номиналом 1 мкФ, в качестве индуктивностей L_1 и L_2 – L_1 и L_2 номиналом 1 Гн.



а



б

Рис. 5.9. Схемы исследуемых Т-фильтров

1.2. Снять АЧХ Т-фильтра (рис. 5.9, а) в обычном и укрупненном масштабах (в соответствии с методикой выполнения работы), данные заносить в табл. 5.1 и 5.2, определить полосу пропускания фильтра графическим методом и тип фильтра (ФНЧ или ФВЧ).

Таблица 5.1

	Т-фильтр (рис.5.9,а)		Т-фильтр (рис.5.9,б)		П-фильтр (рис.5.10,а)		П-фильтр (рис.5.10,б)	
f, Гц	V, В	K	V, В	K	V, В	K	V, В	K
40								
80								
120								
160								
…								
400								
Тип фильтра								

Таблица 5.2

f, Гц										
V, В										
K										

Табл. 5.2 составляется отдельно для каждого исследуемого фильтра.

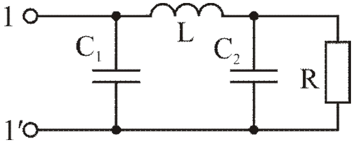
1.3. Собрать схему Т-фильтра (рис. 5.9, б) согласно типичной схеме для снятия АЧХ (рис. 5.8). В качестве сопротивления R использовать резистор R_2 номиналом 1.5 кОм, в качестве емкостей C_1 и C_2 – C_1 и C_2 номиналом 1 мкФ, в качестве индуктивности L – L_1 номиналом 1 Гн.

1.4 Снять АЧХ Т-фильтра (рис. 5.9, б) в обычном и укрупненном масштабах (в соответствии с методикой выполнения работы), данные заносить в табл. 5.1 и 5.2, определить полосу пропускания фильтра графическим методом и тип фильтра (ФНЧ или ФВЧ).

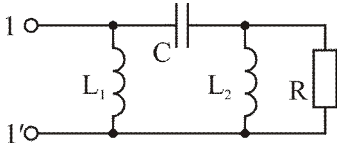
2. ***Исследование П-фильтров***

2.1. Собрать схему П-фильтра (рис. 5.10, а) согласно типичной схеме для снятия АЧХ (рис. 5.8). В качестве сопротивления R использовать резистор R_1 номиналом 750 Ом, в качестве емкостей C_1 и C_2 – C_1 и C_2 номиналом 1 мкФ, в качестве индуктивностей L_1 и L_2 – L_1 и L_2 номиналом 1 Гн.

2.2. Снять АЧХ П-фильтра (рис. 5.10, а) в обычном и укрупненном масшта-



а



б

Рис. 5.10. Схемы исследуемых П-фильтров

бах (в соответствии с методикой выполнения работы), данные заносить в табл. 5.1 и 5.2, определить полосу пропускания фильтра графическим методом и тип фильтра (ФНЧ или ФВЧ).

2.3. Собрать схему П-фильтра (рис. 5.10, б) согласно типичной схеме для снятия АЧХ (рис. 5.8). В качестве сопротивления R использовать резистор R_1 номиналом 750 Ом, в качестве емкости C_1 – C_1 номиналом 1 мкФ, в качестве индуктивностей L_1 и L_2 – L_1 и L_2 номиналом 1 Гн.

2.4. Снять АЧХ П-фильтра (рис. 5.10, б) в обычном и укрупненном масштабах (в соответствии с методикой выполнения работы), данные заносить в табл. 5.1 и 5.2, определить полосу пропускания фильтра графическим методом и тип фильтра (ФНЧ или ФВЧ).

4. Контрольные вопросы

1. Какие устройства называются фильтрами?
2. Каково основное назначение фильтров?
3. Что такое полоса пропускания?
4. Что такое частота среза?
5. Дайте классификацию фильтров по полосе пропускания.
6. Что такое ФНЧ? Приведите АЧХ идеального ФНЧ.
7 Что такое ФВЧ? Приведите АЧХ идеального ФВЧ.
8. Что такое полосовой фильтр? Приведите АЧХ идеального полосного фильтра.
9. Что такое заграждающий фильтр? Приведите АЧХ идеального заграждающего фильтра.
10. Приведите примеры Т- и П- фильров. Какие из них являются ФНЧ? Какие из них являются ФВЧ?
11. Приведите схему и АЧХ простейшего ФНЧ. Поясните его работу.
12. Приведите схему и АЧХ простейшего ФВЧ. Поясните его работу.
13. Приведите схему и АЧХ простейшего резонансного полосного фильтра. Поясните его работу.
14. Приведите схему и АЧХ простейшего резонансного заграждающего фильтра. Поясните его работу.

Лабораторная работа № 6

ИССЛЕДОВАНИЕ УПРАВЛЯЕМОГО ИСТОЧНИКА ТОКА НА ОСНОВЕ БИПОЛЯРНОГО ТРАНЗИСТОРА

Цель работы: изучить принципы построения управляемых источников тока. Научиться определять электрические параметры биполярного транзистора. Исследовать усилительные свойства каскада с общим эмиттером.

1. Общие сведения

Генератором тока являются источники электрической энергии, ток которых I не зависит от приложенных к ним напряжений U. Источники тока могут быть электрически неуправляемыми и управляемыми. Неуправляемые источники тока являются двухполюсниками, их ток - заданная и неизменная величина (рис. 6.1).

В электронике широко используются управляемые источники тока, величина которых I зависит от управляющего напряжения $U_у$ или тока $I_у$. Управляемые источники тока являются активными четырёхполюсниками (рис. 6.2), к входным зажимам 1-1' которых прикладываются управляющие воздействия (ток $I_у$ или напряжение $U_у$), а к выходным зажимам подключается нагрузка $R_н$. Через нагрузку управляемого генератора протекает ток I, не зависящий от сопротивления $R_н$ и соответственно от напряжения U, но изменяемый под действием управляющих воздействий $U_у$ или $I_у$.

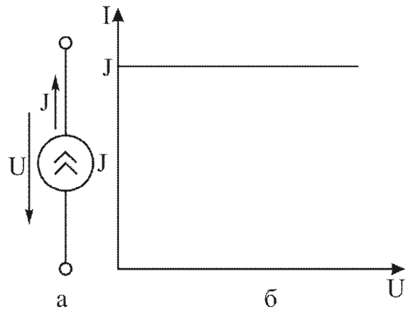


Рис. 6.1. а – неуправляемый источник тока, б – вольт-амперная характеристика неуправляемого источника тока

Генератором тока, управляемым током, является биполярный транзистор (БТ). В БТ электрический ток обусловлен носителями двух типов: *p*-типа,

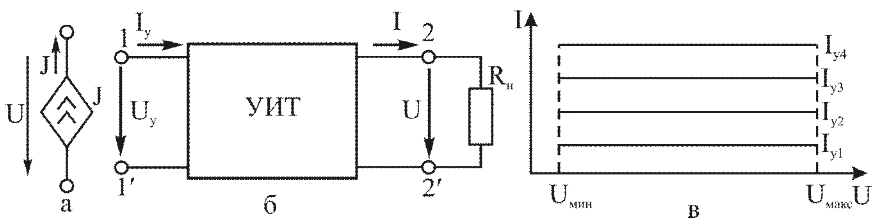


Рис. 6.2. Управляемый источник тока: а – условно-графическое обозначение, б – обозначение в виде четырёхполюсника, в – вольт-амперная характеристика

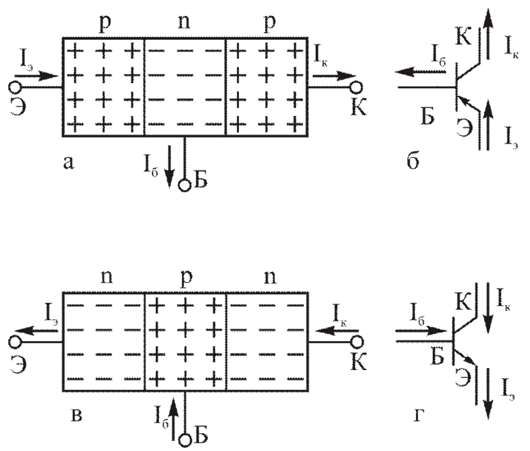


Рис. 6.3. Биполярный транзистор: а, б – структура и обозначение транзистора *p-n-p* типа; в, г – структура и обозначение транзистора *n-p-n* типа. Выводы транзистора: Э – эмиттер, Б – база, К – коллектор, $I_э$, $I_б$, $I_к$ – эмиттерный, базовый и коллекторный токи

носителями положительных зарядов, и *n*-типа, носителями отрицательных зарядов. При соединении областей p и n типов образуются трёхслойные структуры, которые являются БТ *p-n-p* или *n-p-n* типов (рис.6.3).

Транзисторы *p-n-p* и *n-p-n* типов отличаются направлениями протекания эмиттерных, базовых и коллекторных токов. Транзисторы имеют три вывода и могут быть включены как четырёхполюсники тремя способами: с общим эмиттером (ОЭ), общим коллектором (ОК) и общей базой (ОБ). Схемы включения с ОЭ транзисторов *p-n-p* и *n-p-n* типов показаны на рис.6.4.

Далее будем рассматривать транзисторы *n-p-n* типа. Свойства биполярных транзисторов определяются двумя вольт-амперными характеристиками (ВАХ): входной – зависимостью тока базы $I_б$ от напряжения база-эмиттер $U_{бэ}$ при постоянном напряжении эмиттер-коллектор $U_{кэ}$ и семейством выходных характеристик – зависимостями коллекторного тока $I_к$ от напряжения коллектор-эмиттер $U_{кэ}$ при постоянном токе $I_б$ (рис.6.5).

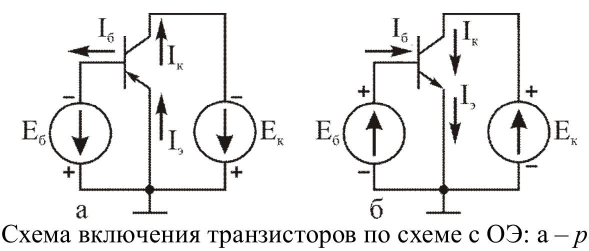
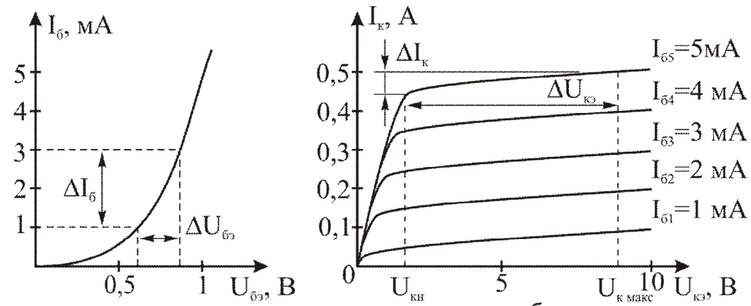


Рис. 6.4. Схема включения транзисторов по схеме с ОЭ: а – *p-n-p* типа, б – *n-p-n* типа



а б

Рис. 6.5. а – входная характеристика, б – семейство выходных характеристик биполярного транзистора

Входная и семейство выходных характеристик транзистора в активной области ($U_{кн}<U_{кэ}<U_{кнмакс}$, где $U_{кн}$ и $U_{кнмакс}$ – напряжение насыщения и максимально допустимое напряжение коллектор-эмиттер БТ) слабо зависят от напряжения $U_{кэ}$, а коллекторный ток является линейной функцией тока базы:

$$I_к = \beta I_б, \tag{6.1}$$

где β – коэффициент усиления транзистора по току в схеме с ОЭ. Для современных БТ β>100 и, как следует из (6.1), изменениями малого тока базы $I_б<<I_к$ можно управлять существенно большими значениями тока коллектора $I_к$. В активной области коллекторный ток слабо зависит от напряжения $U_{кэ}$ и БТ в ограниченном диапазоне напряжений $U_{кн}<U_{кэ}<U_{кнмакс}$ можно рассматривать как генератор тока $I_к$, величину которого можно изменять базовым током $I_б$ (генератор тока, управляемый током).

Для малых приращений базового $\Delta I_б$ и коллекторного $\Delta I_к$ токов (режим малых сигналов) эквивалентная схема биполярного транзистора показана на рис. 6.6. Параметры транзистора $R_{вх}$ – входное, $R_{вых}$ – выходное сопротивления и коэффициент усиления по току β определяются по входным и выходным характеристикам:

$$R_{вх} = \frac{\Delta U_{бэ}}{\Delta I_б},\ R_{вых} = \frac{\Delta U_{кэ}}{\Delta I_к},\ \beta = \frac{\Delta I_к}{\Delta I_б}. \tag{6.2}$$

Значения параметров биполярных транзисторов лежат в пределах $R_{вх}=0,1\div 1$ кОм, $R_{вых}=5\div 20$ кОм, $\beta=100\div 200$.

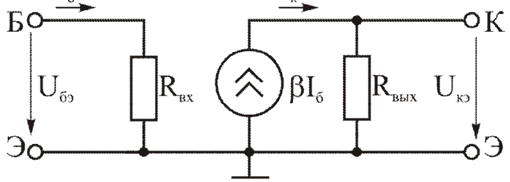


Рис. 6.6. Эквивалентная схема биполярного транзистора при включении по схеме с общим эмиттером

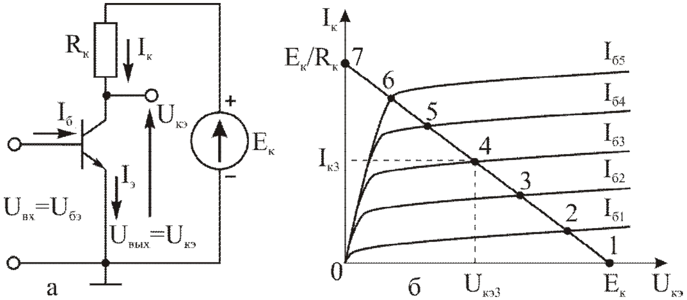


Рис. 6.7. а – схема усилителя постоянного тока на биполярном транзисторе; б – выходные характеристики нагруженного транзистора

Наиболее распространёнными электронными схемами на транзисторах являются усилители электрических сигналов. Схема простейшего усилителя постоянного тока на биполярном транзисторе показана на рис.6.7. Транзистор как управляемый генератор тока выполняет функцию преобразования энергии источника постоянной ЭДС в энергию усиливаемого сигнала. Под действием входного напряжения $U_{вх}$ изменяется ток базы транзистора $I_б=U_{вх}/R_{вх}$ и пропорционально ему - ток коллектора $I_к=\beta\cdot I_б$. При этом изменяется напряжение на коллекторе транзистора $U_{кэ}$ и равное ему выходное напряжение:

$$U_{вых} = E_к - R_к \cdot I_к = E_к - \frac{\beta \cdot R_к}{R_{вх}} \cdot U_{вх}. \tag{6.3}$$

Отношение выходного и входного напряжений называют коэффициентом передачи:

$$K = \frac{\Delta U_{вых}}{\Delta U_{вх}} = -\frac{\beta \cdot R_к}{R_{вх}}. \tag{6.4}$$

Учитывая, что $\beta >> 1$ и, как правило, $R_к >> R_{вх}$, схема на рис. 6.7, а осуществляет усиление входных сигналов по току и напряжению.

Расчёт транзисторных схем выполняется графоаналитическим способом с использованием входных и выходных характеристик транзисторов. Для этого на выходных характеристиках строят нагрузочную прямую, уравнение которой составляется по II закону Кирхгофа для выходной (коллекторной) цепи транзистора:

$$E_к = U_{кэ} + R_к I_к. \tag{6.5}$$

Подставляя в выражении (6.5) поочерёдно $I_к=0$ и $U_{кэ}=0$, находят координаты точек «1» ($I_к=0$, $U_{кэ}=E_к$) и «7» ($U_{кэ}=0$, $I_к=E_к/R_к$). Далее через точки 1 и 7 проводят нагрузочную прямую (рис. 6.7, б). Точки пересечения «2-6» нагрузочной прямой с выходными характеристиками определяют значения коллекторного тока и напряжения для каждого значения тока базы (на рис. 6.7, б для тока базы $I_{б3}$ значения коллекторного тока $I_{к3}$ и напряжения $U_{кэ3}$).

Используя входную характеристику по токам базы $I_{б\,2}$– $I_{б6}$, находят напряжения база - эмиттер $U_{бэ2}$ – $U_{бэ6}$, являющиеся входными напряжениями усилителя. По полученным данным строят передаточную характеристику – зависимость выходного напряжения от входного (рис. 6.8).

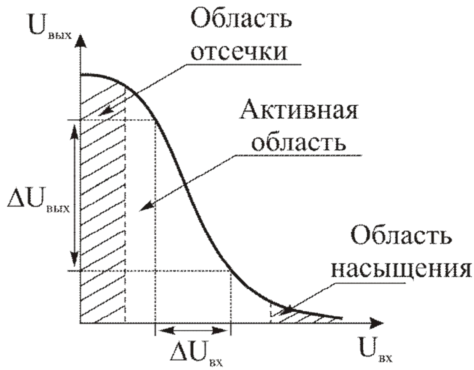


Рис. 6.8. Передаточная характеристика усилителя на БТ по схеме ОЭ

Усилительный режим реализуется в активной области работы транзистора, где справедливо $I_к=\beta I_б$. Падающий характер передаточной характеристики в активной области определяет отрицательный знак коэффициента усиления. По передаточной характеристике рассчитывают коэффициент усиления:

$$K = \Delta U_{вых} / \Delta U_{вх}. \qquad (6.6)$$

2. Методика выполнения работы

Перед выполнением работы составить отчет, который должен содержать краткие элементы теории, ***исследуемую схему и таблицы.***

Схемы и таблицы должны быть выполнены карандашом и в соответствии с требованиями ЕСКД.

Измерение напряжения коллектор-эмиттер $U_{кэ}$, тока базы $I_б$ и входного тока $I_{вх}$ осуществляется с помощью ***трех*** мультиметров VC 9808$^+$, полученных у преподавателя. Для измерения напряжения и токов необходимо перевести ручки на мультиметрах в соответствующие положения, при этом мультиметры должны находиться в режиме измерения постоянного тока и напряжения (DC). Пределы измерения амперметров: A_1 – 2 мА, A_2 – 20 мА, вольтметра V – 20 В.

Установка необходимого значения тока базы $I_б$ осуществляется с помощью переменного резистора R_4.

Получение зависимости $I_к=f(U_{кэ})$ осуществляется путем изменения напряжения питания в диапазоне 3–4,99 В с шагом 0,5 В, резистором R_4 поддерживается необходимое значение тока базы $I_б$. Значение тока коллектора $I_к$ определяется как разница $I_{вх}$ и $I_б$ ($I_к=I_{вх}-I_б$). Расчет $I_к$ должен быть приведен в отчете. Значение напряжения коллектор-эмиттер $U_{кэ}$ снимается с вольтметра V. Значения $I_к$ и $U_{кэ}$ заносятся в таблицу, которая строится для каждого из трех значений тока базы отдельно.

3. Порядок выполнения работы

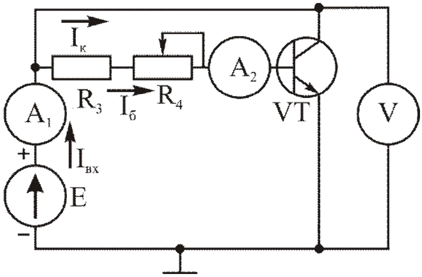


Рис. 6.9 Схема для исследования источника тока, управляемого током

1. Собрать электрическую цепь для исследования источника тока, управляемого током, в соответствии со схемой рис. 6.9.
2. Выставить на генераторе напряжение синусоидальной формы с частотой f=5 кГц, амплитудой $U_m=0{,}01$ В, напряжением смещения 3 В.
3. Установить ток базы $I_б=0{,}09$ мА. Поддерживая резистором R_4 ток базы $I_б$=0,09 мА, снять зависимость $I_к=f(U_{кэ})$.
4. Установить ток базы $I_б=0{,}1$ мА. Поддерживая ток базы $I_б=0{,}1$ мА, снять зависимость $I_к=f(U_{кэ})$.
5. Установить ток базы $I_б=0{,}11$ мА. Поддерживая ток базы $I_б=0{,}11$ мА, снять зависимость $I_к=f(U_{кэ})$.
6. Построить на одном графике зависимости $I_к=f(U_{кэ})$ при трёх значения тока базы $I_б=0{,}09;\ 0{,}1;\ 0{,}11$ мА. По построенным графикам рассчитать статический коэффициент усиления тока базы при $U_{кэ}=3$ В и $I_б=0{,}1$мА:

$$\beta=\Delta I_к/\Delta I_б,$$

и выходное сопротивление источника:

$$R_{вых}=\Delta U_{к\text{-}э}/\Delta I_к.$$

$U_{кэ}$, В	3.0	3.5	4.0	4.5	4.99
$I_к$, мА					

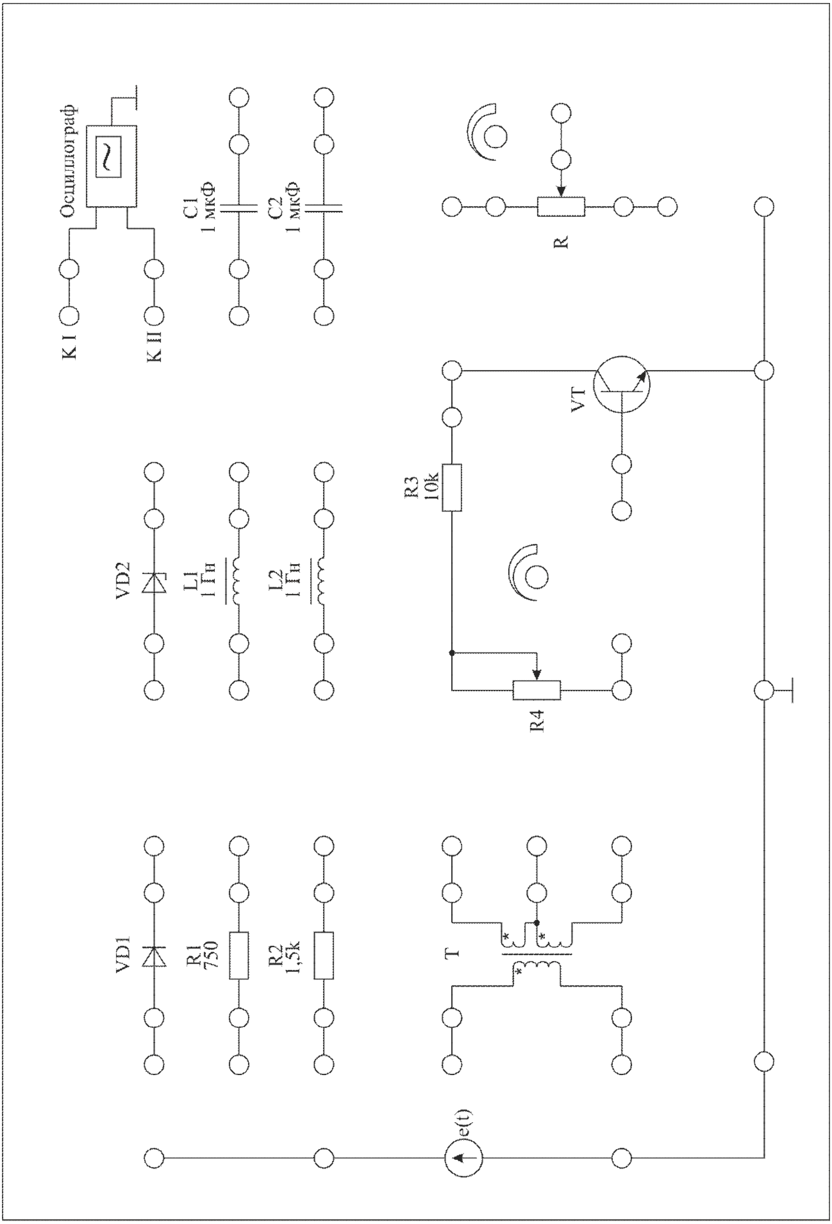
4. Контрольные вопросы

1. Чем отличаются неуправляемый и управляемый генераторы тока?
2. Объясните возможность использования БТ в качестве генератора тока, управляемого током.
3. Изобразите входные и выходные характеристики БТ.
4. Как по входным и выходным характеристикам находятся $R_{вх}$, $R_{вых}$ и β транзистора?
5. Как строится нагрузочная прямая схемы с ОЭ на БТ?
6. Как строится передаточная характеристика схемы с ОЭ на БТ?
7. Какой участок передаточной характеристики БТ соответствует усилительному режиму схемы с ОЭ?
8. Как по передаточной характеристике рассчитать коэффициент усиления схемы с ОЭ?

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Теоретические основы электротехники: учеб. пособие/ В.С. Гуров, Е.В. Мамонтов, С.А. Круглов, Т.А. Глебова. Рязан. гос. радиотехн. ун-т. Рязань: РГРТУ, 2011. 140 с.
2. Иванов И.И. Электротехника: учеб. пособие. СПб.:Лань, 2008. 496 с.
3. Жаворонков М.А. Электротехника и электроника: учеб. пособие для вузов. М.:Академия, 2005. 394 с.
4. Кузовкин В.А. Теоретическая электротехника: учебник для вузов. М.:Логос, 2006. 479 с.
5. Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники: в 3-х т. Т. 1: учебник для вузов. СПб.:Питер, 2003. 462 с.
6. Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники: в 3-х т. Т. 2: учебник для вузов. СПб.:Питер, 2003. 575 с.
7. Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники: в 3-х т. Т. 3: учебник для вузов. СПб.:Питер, 2003. 376 с.
8. Касаткин А.С. Электротехника: учебник для вузов. М.:Издательский центр «Академия», 2005. 544 с.
9. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи: учебник для вузов. М.:Гардарики, 2002. 638 с.
10. Атабеков Г.И. Теоретические основы электротехники. Линейные электрические цепи: учеб. пособие. СПб.:Лань, 2009. 592 с.
11. Атабеков Г.И. Теоретические основы электротехники. Нелинейные электрические цепи. Электромагнитное поле: учеб. пособие. СПб.: Лань, 2009. 432 с.
12. Шатенье Г., Боэ М., Буи Д., Вайан Ж., Веркиидер Д. Учебник по общей электротехнике. М.: Техносфера, 2009. 624 с.
13. Осциллографы цифровые АКИП-4115/1А-7А: Руководство по эксплуатации. М. 2012. 64 с.
14. Генератор сигналов специальной формы GFG -3015: Руководство по эксплуатации. М. 2012. 36 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ



Внешний вид лабораторного стенда

СОДЕРЖАНИЕ

Теоретические основы электротехники
Часть 2
Составители: Б о р и с о в с к и й Андрей Петрович
Г о л о л о б о в Геннадий Петрович
Д я г и л е в Александр Александрович
К р у г л о в Сергей Александрович
М а м о н т о в Евгений Васильевич
С е р е ж и н Андрей Александрович

Редактор М.Е. Цветкова
Корректор Н.А. Орлова
Подписано в печать 25.02.16. Формат бумаги 60х84 1/16.
Бумага писчая. Печать трафаретная. Усл. печ. л. 3,75.
Тираж 100 экз. Заказ .
Рязанский государственный радиотехнический университет.
390005, Рязань, ул. Гагарина, 59/1.
Редакционно-издательский центр РГРТУ.